Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать функцию $y=3^{\frac{1}{1+x}}$ на непрерывность в точках $x_1=0$ и $x_2=-1$. В случае разрыва функции найти её пределы в точке разрыва слева и справа. Сделать чертёж.

Решение

В точке $x_1=0$ получим:

$$y(0)=3^{\frac{1}{1+0}}=3,\ \lim\limits_{x\to 0-0}y(x)=\lim\limits_{x\to 0-0}3^{\frac{1}{1+x}}=3,\ \lim\limits_{x\to 0+0}y(x)=\lim\limits_{x\to 0+0}3^{\frac{1}{1+x}}=3.$$

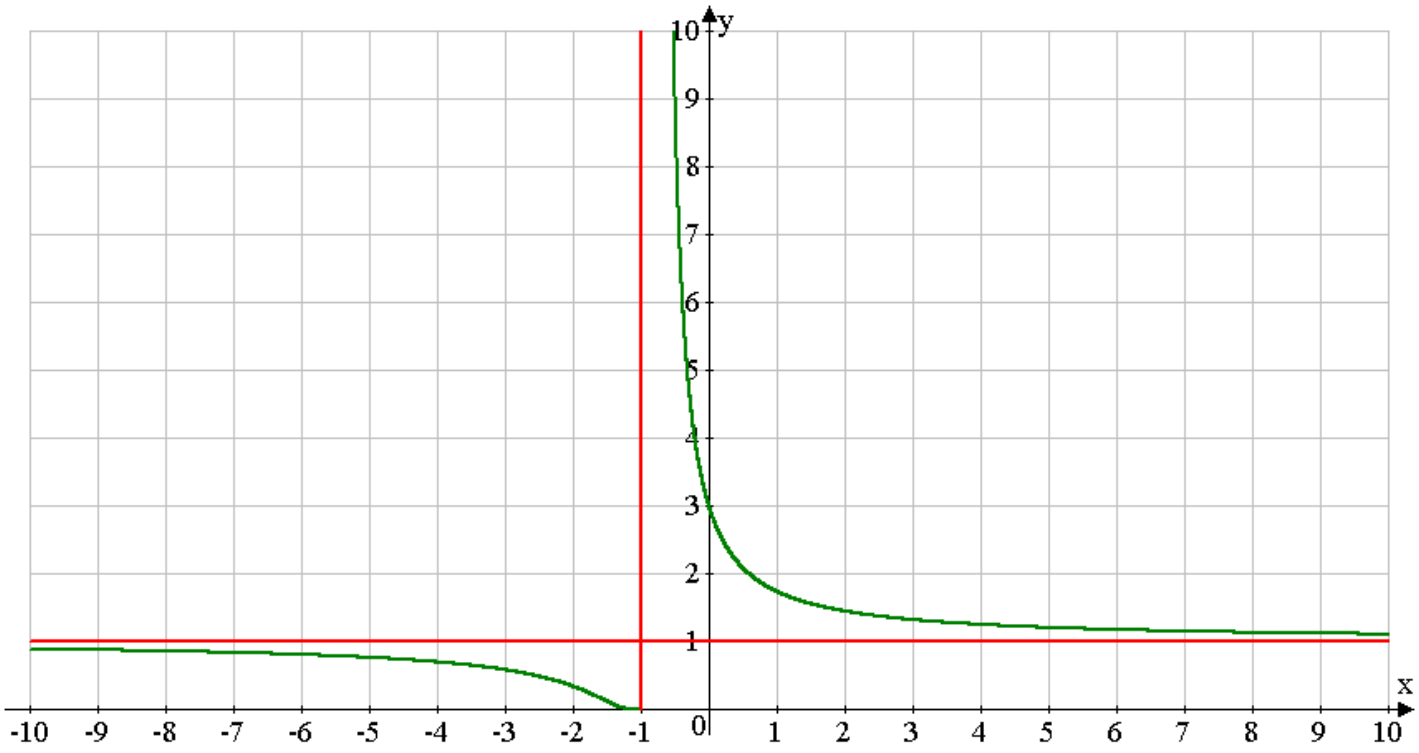
Так как $y(0)=\lim\limits_{x\to 0-0}y(x)=\lim\limits_{x\to 0+0}y(x)$, то в точке $x_1=0$ функция непрерывна.

Исследуем точку $x_2=-1$. Так как при $x=-1$ имеем $1+x=0$, то функция $y(x)$ не определена в данной точке. Если $x\to -1-0$, то $1+x\to 0-0$, поэтому $\dfrac{1}{1+x}\to -\infty$ и $3^{\frac{1}{1+x}}\to 0$. Если $x\to -1+0$, то $x+1\to 0+0$, поэтому $\dfrac{1}{1+x}\to +\infty$.

$$\lim\limits_{x\to -1-0}y(x)=\lim\limits_{x\to -1-0}3^{\frac{1}{1+x}}=0,\ \lim\limits_{x\to -1+0}y(x)=\lim\limits_{x\to -1+0}3^{\frac{1}{1+x}}=+\infty.$$

Следовательно, $x_2=-1$ – точка разрыва второго рода. Прямая $x=1$ будет вертикальной асимптотой.

Для построения графика учтём, что при $x\to\infty$ имеем $\dfrac{1}{x+1}\to 0$, т.е. $3^{\frac{1}{1+x}}\to 1$. Следовательно, $\lim\limits_{x\to\infty}y(x)=1$, т.е. прямая $y=1$ будет горизонтальной асимптотой.



Ответ: В точке $x_1 = 0$ функция непрерывна, в точке $x_2 = -1$ функция терпит разрыв второго рода.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.