Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти точки разрыва функции $y=\dfrac{\arcsin x}{\sin 2x}$, установить их характер. В точке x_0 устранимого разрыва определить функцию f так, чтобы её продолжение на множество $D_f \cup \{x_0\}$ было непрерывным в точке x_0.

Решение

Функция $y(x)$ не определена в тех точках, в которых равен нулю знаменатель:

$$\sin 2x=0,\ 2x=\pi n,\ x=\frac{\pi n}{2},\ n\in Z.$$

Так как $\arcsin x$ определён при $-1\le x\le 1$, то область определения функции $y(x)$ будет такой: $D_f=[-1;0)\cup(0;1]$. В точке $x_0=0$ получим:

$$\lim_{x\to 0} y(x)=\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin x}{\sin 2x}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{2x}=\frac{1}{2}.$$

Так как $\lim\limits_{x\to 0} y(x)=\dfrac{1}{2}$, то $\lim\limits_{x\to 0-0} y(x)=\lim\limits_{x\to 0+0} y(x)=\dfrac{1}{2}$, поэтому в точке $x_0=0$ функция имеет устранимый разрыв. Положив $y(x_0)=\dfrac{1}{2}$ получим функцию $y(x)=\begin{cases}\dfrac{\arcsin x}{\sin 2x};\ x\in[-1;0)\cup(0;1]\\ \dfrac{1}{2};\ x=0\end{cases}$, непрерывную при $x\in[-1;1]$.

Ответ: $x_0=0$ – точка устранимого разрыва.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.