Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать функцию на непрерывность. Установить тип точек разрыва и изобразить эскиз графика функции в окрестности точек разрыва:

1. $f(x)=\begin{cases} e^x,\ x\le 0 \\ 1-x;\ 0<x\le 1 \\ \dfrac{1}{1-x};\ x>1 \end{cases}$; 2. $f(x)=\dfrac{x-|x|}{2x}$.

Решение

1. $f(x)=\begin{cases} e^x,\ x\le 0 \\ 1-x;\ 0<x\le 1 \\ \dfrac{1}{1-x};\ x>1 \end{cases}$

Функции e^x и $1-x$ непрерывны при всех $x\in R$, а значит и на интервалах соответственно $(-\infty;0)$ и $(0;1)$. Функция $\dfrac{1}{1-x}$ на интервале $(1;+\infty)$ также непрерывна. Исследуем на разрыв точки $x=0$ и $x=1$:

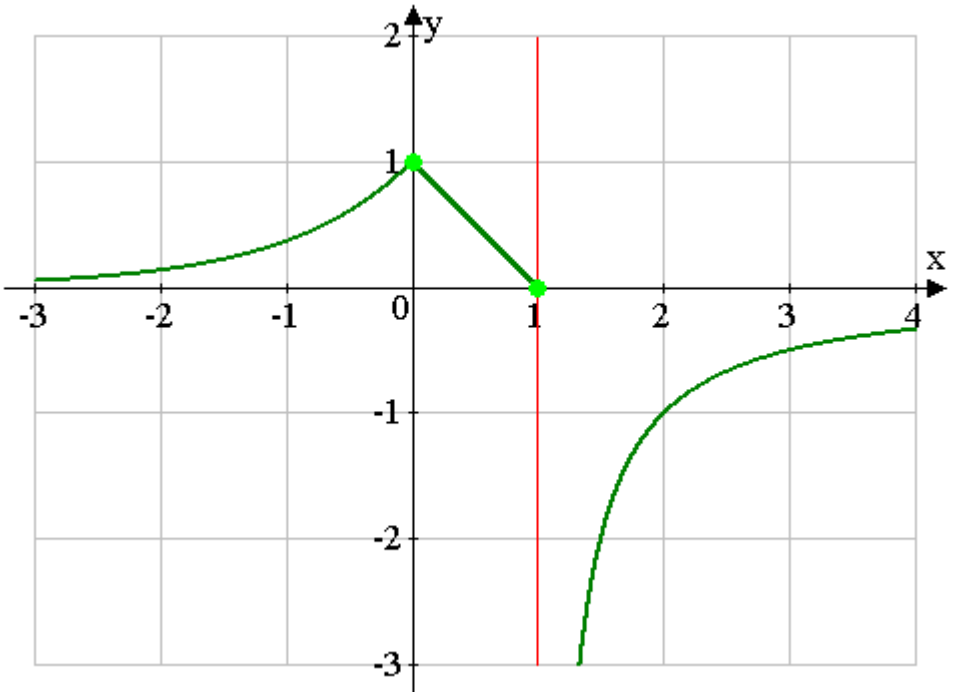
$$f(0)=e^0=1,\ \lim\limits_{x\to 0-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0-0} e^x=1,\ \lim\limits_{x\to 0+0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0+0}(1-x)=1.$$

Так как $f(0)=\lim\limits_{x\to 0-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0+0} f(x)$, то в точке $x=0$ функция непрерывна.

В точке $x=1$ получим:

$$f(1)=1-1=0,\ \lim\limits_{x\to 1-0} f(x)=\lim\limits_{x\to 1-0}(1-x)=1,\ \lim\limits_{x\to 1+0} f(x)=\lim\limits_{x\to 1+0}\frac{1}{1-x}=-\infty.$$

Следовательно, $x=1$ – точка разрыва второго рода.



2. $f(x)=\dfrac{x-|x|}{2x}$

Данная функция непрерывна при $x\neq 0$, так как при $x=0$ обращается в ноль знаменатель дроби. Исследуем на разрыв точку $x=0$.

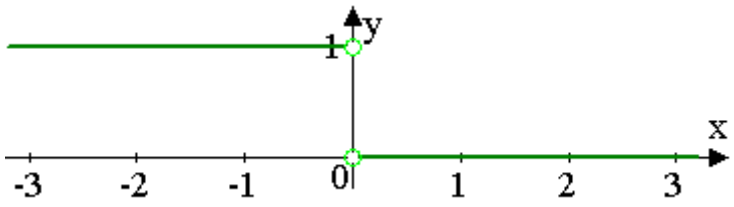
Если $x<0$, то $|x|=-x$, поэтому $x-|x|=2x$, $f(x)=\dfrac{2x}{2x}=1$.

Если $x>0$, то $|x|=x$, поэтому $x-|x|=0$, $f(x)=\dfrac{0}{2x}=0$.

Следовательно, $f(x)=\begin{cases}1, & x<0\\ 0, & x>0\end{cases}$.

$$\lim_{x\to 0-0} f(x)=\lim_{x\to 0-0} 1=1,\ \lim_{x\to 0+0} f(x)=\lim_{x\to 0+0} 0=0.$$

Следовательно, $x=0$ – точка разрыва первого рода со скачком $\delta=|0-1|=1$.



Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.