Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Выяснить характер точек разрыва функции $y=\dfrac{1}{1+2^{\operatorname{tg}x}}$.

Решение

Функция не определена лишь в тех точках, в которых равен 0 знаменатель $1+2^{\operatorname{tg}x}$ или значения $\operatorname{tg}x$ не определены. В остальных точках функция непрерывна.

Функция $\operatorname{tg}x$ не определена при $x=\dfrac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in Z$. Так как при всех $x\neq\dfrac{\pi}{2}+\pi k$ имеем $2^{\operatorname{tg}x}>0$, то $1+2^{\operatorname{tg}x}>1$, т.е. знаменатель не равен нулю при всех $x\neq\dfrac{\pi}{2}+\pi k$. Исследуем на разрыв точки $x=\dfrac{\pi}{2}+\pi k$.

Если $x\to\dfrac{\pi}{2}+\pi k-0$, то $\operatorname{tg}x\to+\infty$, поэтому $1+2^{\operatorname{tg}x}\to+\infty$. Если $x\to\dfrac{\pi}{2}+\pi k+0$, то $\operatorname{tg}x\to-\infty$, поэтому $2^{\operatorname{tg}x}\to 0$, $1+2^{\operatorname{tg}x}\to 1$. Следовательно, односторонние пределы в точках $\dfrac{\pi}{2}+\pi k$ будут такими:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+\pi k-0} y(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+\pi k-0}\frac{1}{1+2^{\operatorname{tg}x}}=0,\quad \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+\pi k+0} y(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+\pi k+0}\frac{1}{1+2^{\operatorname{tg}x}}=1.$$

Так как односторонние пределы конечны, но не равны между собой, то в точках $x=\dfrac{\pi}{2}+\pi k$ функция терпит разрыв первого рода со скачком $\delta=|1-0|=1$.

Ответ: $x=\dfrac{\pi}{2}+\pi k$ – точки разрыва первого рода.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.