Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Задана функция $f(x)=\begin{cases} x,\ x\le -1 \\ \dfrac{1}{2};\ -1<x\le \dfrac{\pi}{6} \\ \sin x;\ x>\dfrac{\pi}{6} \end{cases}$. Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертёж.

Решение

Так как функции x, $\dfrac{1}{2}$ и $\sin x$ непрерывны на интервалах соответственно $(-\infty;-1)$, $\left(-1;\dfrac{\pi}{6}\right)$ и $\left(\dfrac{\pi}{6};+\infty\right)$, то необходимо исследовать на разрыв только точки $x_1=-1$ и $x_2=\dfrac{\pi}{6}$.

Исследуем точку $x_1=-1$.

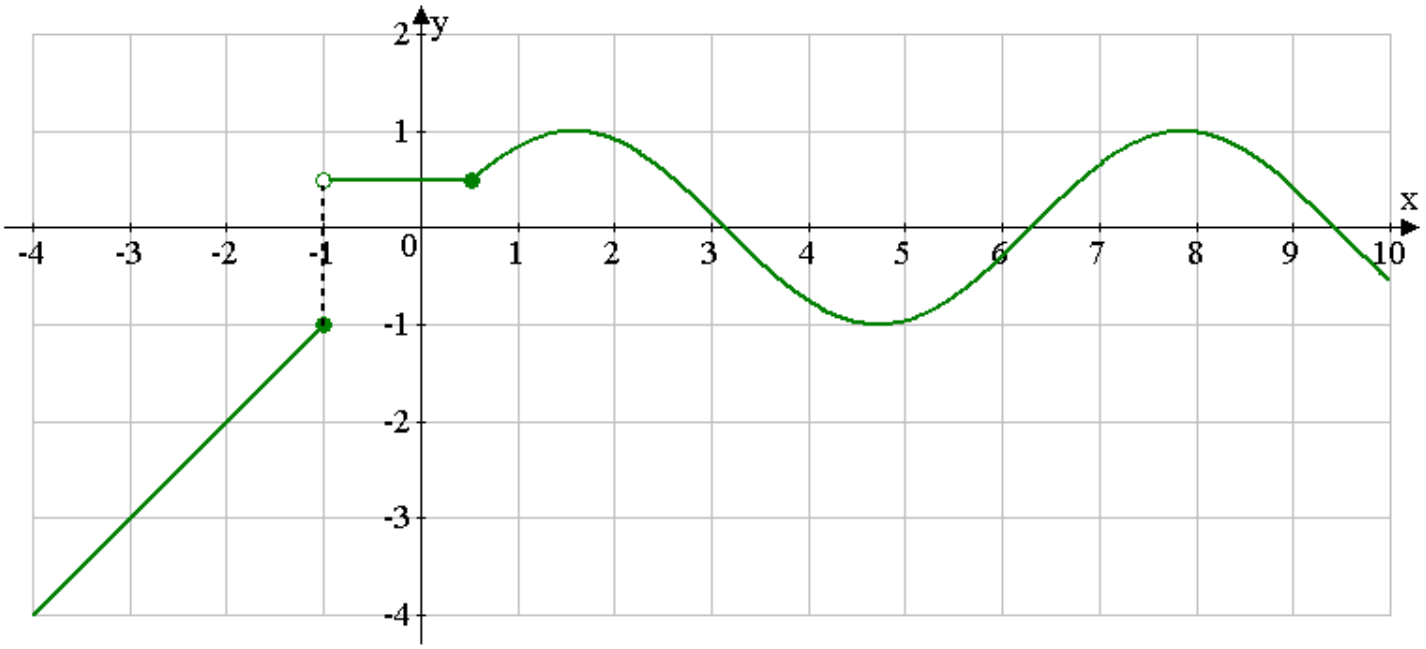
$$f(-1)=-1;\ \lim_{x\to -1-0} f(x)=\lim_{x\to -1-0} x=-1;\ \lim_{x\to -1+0} f(x)=\lim_{x\to -1+0}\frac{1}{2}=\frac{1}{2}.$$

Так как односторонние пределы конечны, но не равны между собой, то $x_1=-1$ – точка разрыва первого рода со скачком $\delta=\left|\dfrac{1}{2}-(-1)\right|=\dfrac{3}{2}$.

Исследуем точку $x_2=\dfrac{\pi}{6}$.

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2};\ \lim_{x\to \frac{\pi}{6}-0} f(x)=\lim_{x\to \frac{\pi}{6}-0}\frac{1}{2}=\frac{1}{2};\ \lim_{x\to \frac{\pi}{6}+0} f(x)=\lim_{x\to \frac{\pi}{6}+0}\sin x=\frac{1}{2}.$$

Так как $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}-0} f(x)=\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}+0} f(x)$, то в точке $x_2=\dfrac{\pi}{6}$ функция непрерывна.



Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре,
аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.