Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти значение параметра a, при котором функция $y(x)=\begin{cases}-\dfrac{6x}{11}+a;\ x\le 3.\\ \dfrac{x^2-2x-3}{3x^2-7x-6};\ x>3\end{cases}$ непрерывна на всей числовой оси.

Решение

Найдём значения переменной x, при которых знаменатель равняется нулю:

$$3x^2-7x-6=0$$
$$D=121;\ x_1=\frac{7-11}{6}=-\frac{2}{3};\ x_2=\frac{7+11}{6}=3.$$

Следовательно, если $x>3$, то $3x^2-7x-6\ne 0$. Кроме того, при условии $x>3$ дробь $\dfrac{x^2-2x-3}{3x^2-7x-6}$ можно упростить:

$$\frac{x^2-2x-3}{3x^2-7x-6}=\frac{(x-3)\cdot(x+1)}{3\cdot\left(x+\frac{2}{3}\right)\cdot(x-3)}=\frac{x+1}{3\cdot\left(x+\frac{2}{3}\right)}=\frac{x+1}{3x+2}$$

Следовательно, $y(x)=\begin{cases}-\dfrac{6x}{11}+a;\ x\le 3.\\ \dfrac{x+1}{3x+2};\ x>3\end{cases}$. Функция $-\dfrac{6x}{11}+a$ при любом значении a непрерывна при $x<3$, а функция $\dfrac{x+1}{3x+2}$ непрерывна при $x>3$. Значит, остаётся исследовать функцию $y(x)$ только в точке $x=3$.

$$y(3)=-\frac{6}{11}\cdot 3+a=a-\frac{18}{11};$$
$$\lim_{x\to 3-0}y(x)=\lim_{x\to 3-0}\left(-\frac{6}{11}x+a\right)=a-\frac{18}{11};$$
$$\lim_{x\to 3+0}y(x)=\lim_{x\to 3+0}\frac{x+1}{3x+2}=\frac{4}{11}.$$

Функция будет непрерывной при $x=3$ только если $\dfrac{4}{11}=a-\dfrac{18}{11}$, откуда $a=2$.

Ответ: $a=2$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.