Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти значение параметра a, при котором функция $y(x)=\begin{cases} e^{x-4a}, & x\le 0 \\ \left(1+\dfrac{x}{2}\right)^{-\frac{3}{x}}; & x>0. \end{cases}$ непрерывна на всей числовой оси.

Решение

При любом значении a функция e^{x-4a} непрерывна при $x<0$; функция $\left(1+\dfrac{x}{2}\right)^{-\frac{3}{x}}$ непрерывна при $x>0$. Следовательно, остаётся исследовать функцию $y(x)$ на непрерывность только при $x=0$.

$$y(0)=e^{0-4a}=e^{-4a};$$
$$\lim_{x\to 0-0} y(x)=\lim_{x\to 0-0} e^{x-4a}=e^{-4a}.$$
$$\lim_{x\to 0+0} y(x)=\lim_{x\to 0+0}\left(1+\frac{x}{2}\right)^{-\frac{3}{x}}=\lim_{x\to 0+0}\left(1+\frac{x}{2}\right)^{\frac{2}{x}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)}=e^{-\frac{3}{2}}$$

Функция $y(x)$ будет непрерывной в точке $x=0$, если $e^{-4a}=e^{-\frac{3}{2}}$, откуда $-4a=-\dfrac{3}{2}$, т.е. $a=\dfrac{3}{8}$.

Ответ: $a=\dfrac{3}{8}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.