Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти промежутки выпуклости и вогнутости кривой $y=\dfrac{x^2+4}{x}$. Указать точки перегиба.

Решение

Заданная функция не определена лишь тогда, когда знаменатель равен 0. Следовательно, область определения будет такой: $D(y)=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$

$$y'=\frac{2x\cdot x-\left(x^2+4\right)}{x^2}=\frac{x^2-4}{x^2}=\frac{x^2}{x^2}-\frac{4}{x^2}=1-\frac{4}{x^2};$$
$$y''=\left(1-4x^{-2}\right)'=-4\cdot(-2)\cdot x^{-3}=\frac{8}{x^3}.$$

Если $x<0$, то $y''<0$, поэтому при $x\in(-\infty;0)$ функция выпукла. Если $x>0$, то $y''>0$, поэтому при $x\in(0;+\infty)$ функция вогнута. Точек перегиба нет.

Ответ: при $x\in(-\infty;0)$ функция выпукла. При $x\in(0;+\infty)$ функция вогнута.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.