Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти значение параметра a, при котором абсцисса точки перегиба графика функции $y=8x^2+a\ln x$ равна $1{,}25$.

Решение

Найдём область определения. Если $a=0$, то $y=8x^2$, поэтому область определения будет такой: $D(y)=(-\infty;+\infty)$. Однако при $a=0$ имеем $y'=16x$, $y''=16$. Следовательно, в этом случае точек перегиба нет, поэтому нужно рассмотреть случай $a\neq 0$.

Если $a\neq 0$, то область определения такова: $D(y)=(0;+\infty)$.

$$y'=8\cdot 2x+a\cdot\frac{1}{x}=16x+\frac{a}{x}$$
$$y''=16+a\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)=16-\frac{a}{x^2}$$

Производная y'' не существует при $x=0$, однако $0\notin D(y)$. Найдём точки, в которых $y''=0$:

$$16-\frac{a}{x^2}=0;\ \frac{a}{x^2}=16;\ x^2=\frac{a}{16}.$$

Если $a<0$, то полученное уравнение не имеет решений. Если $a\geq 0$, то с учётом $x>0$ на области определения, имеем $x=\frac{\sqrt{a}}{4}$. Искомое значение абсциссы точки перегиба равно $1{,}25$, поэтому получим:

$$\frac{\sqrt{a}}{4}=1{,}25\ \Leftrightarrow\ \sqrt{a}=5\ \Leftrightarrow\ a=25$$

Если $a=25$, то $y''(1{,}25)=0$. При $a=25$ имеем $y''=16-\frac{25}{x^2}$. Если $0<x<1{,}25$, то $y''<0$, а если $x>1{,}25$, то $y''>0$. Значит, $x=1{,}25$ – абсцисса точки перегиба графика функции $y(x)$.

Ответ: $a=25$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.