Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Дана функция $y=2x^2-5x+4$. Известно, что в точке x_0 при некотором значении Δx приращение функции и дифференциал функции равны соответственно $\Delta y=3$, $dy=1$. Найти x_0, если $\Delta x>0$.

Решение

Запишем приращение заданной функции в точке x_0:

$$\Delta y=y(x_0+\Delta x)-y(x_0)=2(x_0+\Delta x)^2-5(x_0+\Delta x)+4-(2x_0^2-5x_0+4)=-5\Delta x+2\Delta x^2+4x_0\Delta x$$

Согласно условию $\Delta y=3$, поэтому $-5\Delta x+2\Delta x^2+4x_0\Delta x=3$. Далее найдём dy. Так как $y'=4x-5$, то

$$dy=y'dx=(4x-5)dx$$

С учётом того, что в точке x_0 при приращении Δx имеем согласно условию $dy=1$, то

$$1=(4x_0-5)\Delta x$$

Запишем полученные равенства в систему:

$$\begin{cases}-5\Delta x+2\Delta x^2+4x_0\Delta x=3\\(4x_0-5)\cdot\Delta x=1\end{cases}$$

Из второго уравнения имеем: $4x_0\Delta x-5\Delta x=1$, $4x_0\Delta x=5\Delta x+1$. Подставляя полученное выражение в первое уравнение, получим:

$$-5\Delta x+2\Delta x^2+5\Delta x+1=3$$
$$\Delta x^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\Delta x=-1\\\Delta x=1\end{array}\right.$$

Согласно условию $\Delta x>0$, поэтому выбираем $\Delta x=1$. Используем второе уравнение системы, чтобы найти x_0 при условии $\Delta x=1$:

$$(4x_0-5)\cdot 1=1;\ 4x_0=6;\ x_0=\frac{3}{2}.$$

Ответ: $\frac{3}{2}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.