Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти значение параметра a, при котором функция $y=(a-2)x^2+ax+2-x$ имеет максимум в точке с абсциссой $x=2$.

Решение

При любом значении параметра a область определения будет такой: $D(y)=(-\infty;+\infty)$.

$$y'=(a-2)\cdot 2x+a-1=2(a-2)x+a-1$$
$$y''=2(a-2)$$

Функция имеет экстремум в точке $x=2$, поэтому либо $y'(2)$ не существует, либо $y'(2)=0$. Так как производная y' существует при всех $x\in D(y)$, остаётся единственный вариант: $y'(2)=0$.

$$y'(2)=0 \Leftrightarrow 2(a-2)\cdot 2+a-1=0 \Leftrightarrow 5a=9 \Leftrightarrow a=\frac{9}{5}$$

Следовательно, при $a=\frac{9}{5}$ выполнено необходимое условие существования экстремума в точке $x=2$. Выясним характер этого экстремума с помощью значения $y''(2)$:

$$y''(2)=2\cdot\left(\frac{9}{5}-2\right)=-\frac{2}{5}$$

Так как $y''(2)<0$, то $x=2$ – точка максимума.

Ответ: $a=\frac{9}{5}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.