Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найдите значения параметров a и b, при которых экстремальное значение функции $y=3ax^4+2bx^3-2b$, равное 10, достигается в точке $x=-1$.

Решение

При любых значениях параметров a и b имеем такую область определения: $D(y)=(-\infty;+\infty)$. Следовательно, $-1\in D(y)$ при любых значениях a и b.

$$y(-1)=3a\cdot(-1)^4+2b\cdot(-1)^3-2b=3a-4b$$

Так как согласно условию имеем $y(-1)=10$, то $3a-4b=10$. Определим условие, при котором в точке $x=-1$ будет достигнут экстремум.

$$y'=3a\cdot 4x^3+2b\cdot 3x^2=12ax^3+6bx^2$$
$$y''=12a\cdot 3x^2+6b\cdot 2x=36ax^2+12bx$$

Так как производная y' существует при всех $x\in R$, а в точке $x=-1$ достигается экстремум, то $y'(-1)=0$. С учётом того, что $y'(-1)=-12a+6b$, получим $-12a+6b=0$, т.е. $2a-b=0$.

Вспоминая, что $3a-4b=10$, запишем и решим систему уравнений, из которой получим a и b:

$$\begin{cases}3a-4b=10\\-12a+6b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a-4b=10\\b=2a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=-4\end{cases}$$

Следовательно, при $a=-2$ и $b=-4$ выполнены два условия: $y(-1)=10$ и $y'(-1)=0$. Выясним, действительно ли в точке $x=-1$ есть экстремум:

$$y''(-1)=36\cdot(-2)\cdot(-1)^2+12\cdot(-4)\cdot(-1)=-24$$

Так как $y''(-1)<0$, то в точке $x=-1$ есть экстремум (максимум).

Ответ: $a=-2$, $b=-4$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.