Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Составить уравнения касательной и нормали к графику функции, заданной параметрически $\begin{cases} x = \sin^3 t; \\ y = \cos^2 t \end{cases}$ в точке, для которой $t = \dfrac{\pi}{4}$.

Решение

Найдём координаты точки касания $(x_0; y_0)$. Подставляя $t = \dfrac{\pi}{4}$, получим:

$$\begin{cases} x_0 = \sin^3 \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}; \\ y_0 = \cos^2 \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

$x_t' = 3\sin^2 t \cos t$; $y_t' = 2\cos t \cdot (-\sin t) = -2\sin t \cos t$.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y_t'}{x_t'} = \frac{-2\sin t \cos t}{3\sin^2 t \cos t} = -\frac{2}{3\sin t}; \quad \left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=\frac{\pi}{4}} = -\frac{2}{3\sin\frac{\pi}{4}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Уравнение касательной: $y - \dfrac{1}{2} = -\dfrac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \left(x - \dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)$, $y = -\dfrac{2\sqrt{2}}{3} \cdot x + \dfrac{5}{6}$.

Уравнение нормали: $y - \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2\sqrt{2}} \cdot \left(x - \dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)$, $y = \dfrac{3}{2\sqrt{2}} \cdot x + \dfrac{1}{8}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.