Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Составить уравнение той касательной к кривой $x^2-2x-4y+9=0$, которая параллельная прямой $y-2x=0$. Сделать чертеж.

Решение

Дифференцируем уравнение кривой по x:

$$2x-2-4y'=0 \Rightarrow y'=\frac{x-1}{2}.$$

Пусть $(x_0;y_0)$ – точка касания. Так как угловой коэффициент прямой $y=2x$ равен 2 и касательная параллельна данной прямой, то

$$\frac{x_0-1}{2}=2,\ x_0=5.$$

Найдём y_0. Так как $x_0=5$, то

$$x_0^2-2x_0-4y_0+9=0;$$
$$25-10-4y_0+9=0;$$
$$4y_0=24;\ y_0=6.$$

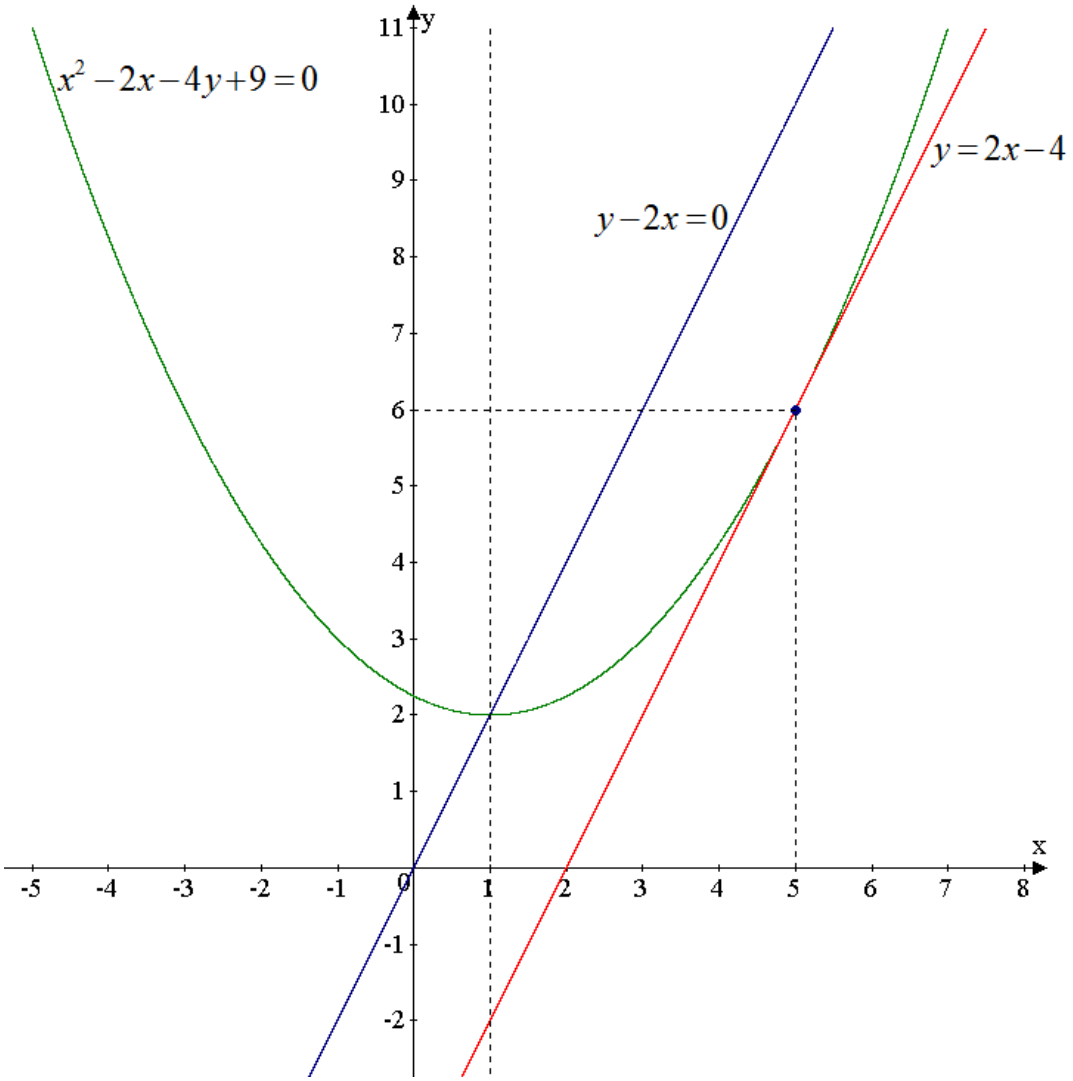
Искомая касательная проходит через точку $(5;6)$, и угловой коэффициент её $k=2$. Следовательно, уравнение касательной будет таким:

$$y-6=2(x-5);$$
$$y=2x-4.$$

Для построения чертежа исследуем уравнение кривой $x^2-2x-4y+9=0$:

$$x^2-2x+1-1-4y+9=0;$$
$$(x-1)^2=4y-8;\ (x-1)^2=4(y-2).$$

Уравнение $(x-1)^2=4(y-2)$ определяет параболу с вершиной в точке $(1;2)$, параметром $p=2$ и осью симметрии, совпадающей с прямой $x=1$.



Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.