Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Составить уравнение касательной к графику функции $y=3x^3+6x^2-2x-5$, в которой касательная перпендикулярна прямой $7x-14y+10=0$.

Решение

Угловой коэффициент заданной прямой: $k=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$. Обозначим угловой коэффициент касательной как k_0, тогда $k\cdot k_0=-1$, $k_0=-\frac{1}{k}=-2$. Пусть $(x_0;y_0)$ – точка касания, тогда $k_0=f'(x_0)$.

$$f'(x)=9x^2+12x-2 \Rightarrow k_0=f'(x_0)=9x_0^2+12x_0-2$$

Так как $k_0=-2$, то получим:

$$9x_0^2+12x_0-2=-2,\ 3x_0^2+4x_0=0.$$

$$x_0\cdot(3x_0+4)=0,\ x_0=0 \text{ или } x_0=-\frac{4}{3}.$$

$$f(0)=3\cdot0^3+6\cdot0^2-2\cdot0-5=-5,\ f\left(-\frac{4}{3}\right)=3\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)^3+6\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)^2-2\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)-5=\frac{11}{9}.$$

Имеем две точки касания: $M_1(0;-5)$, $M_2\left(-\frac{4}{3};\frac{11}{9}\right)$.

Касательная в точке M_1: $y-(-5)=-2\cdot(x-0)$, $y=-2x-5$.

Касательная в точке M_2: $y-\frac{11}{9}=-2\cdot\left(x-\left(-\frac{4}{3}\right)\right)$, $y=-2x-\frac{13}{9}$.

Ответ: $y=-2x-5$ или $y=-2x-\frac{13}{9}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.