Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Прямая $4x-5y-40=0$ – касательная к эллипсу $\frac{x^2}{50}+\frac{y^2}{32}=1$. Найти точку прикосновения.

Решение

Угловой коэффициент прямой $4x-5y-40=0$ будет таким: $k=\frac{4}{5}$. Найдём угловой коэффициент касательной к эллипсу при условии $y\neq 0$. Дифференцируем обе части уравнения $\frac{x^2}{50}+\frac{y^2}{32}=1$ по x:

$$\frac{x}{25}+\frac{yy'}{16}=0;\ y'=-\frac{16x}{25y}.$$

Пусть (a,b) – искомая точка прикосновения. Эта точка лежит на заданной прямой, а угловой коэффициент касательной к эллипсу в этой точке равен $\frac{4}{5}$, поэтому

$$\begin{cases}4a-5b-40=0\\-\frac{16a}{25b}=\frac{4}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a-5b-40=0\\-4a=5b\end{cases}$$

Суммируя уравнения, получим:

$$-5b-40=5b,\ 10b=-40,\ b=-4.$$

Следовательно, $a=-\frac{5b}{4}=5$. Искомая точка: $(5;-4)$.

Ответ: $(5;-4)$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.