Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Через точку $(-3;-4)$ проведена касательная к параболе $y=2x^2-3x+1$; $(x_0;y_0)$ – точка касания. Найти x_0, если $y_0>10$.

Решение

Точка $(-3;-4)$ не лежит на параболе. Касательная прямая проходит через точки $(-3;-4)$ и $(x_0;y_0)$, поэтому угловой коэффициент этой прямой $k=\dfrac{y_0+4}{x_0+3}$.

Так как $y=2x^2-3x+1$, то $y'=4x-3$. Угловой коэффициент касательной $k=y'(x_0)$, т.е. $k=4x_0-3$. Точка $(x_0;y_0)$ лежит на параболе, поэтому $y_0=2x_0^2-3x_0+1$. Составим и решим систему уравнений для нахождения x_0 и y_0:

$$\begin{cases}\dfrac{y_0+4}{x_0+3}=4x_0-3\\ y_0=2x_0^2-3x_0+1\end{cases}$$

$$\frac{2x_0^2-3x_0+5}{x_0+3}=4x_0-3;\ 2x_0^2-3x_0+5=(4x_0-3)(x_0+3).$$

$$x_0^2+6x_0-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_0=1\\ x_0=-7\end{array}\right.$$

Если $x_0=-7$, то $y_0=120$. Если $x_0=1$, то $y_0=0$. Так как по условию $y_0>10$, то выбираем $x_0=-7$.

Ответ: $x_0=-7$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.