Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Пользуясь методом замены бесконечно малых величин эквивалентными, найти $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{\operatorname{tg} x}-3^{\sin x}}{\operatorname{tg}^2\dfrac{x}{2}}$.

Решение

$$\lim_{x\to 0}\frac{3^{\operatorname{tg} x}-3^{\sin x}}{\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{3^{\sin x}\cdot\left(3^{\operatorname{tg} x-\sin x}-1\right)}{\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}=\left[\begin{array}{l}3^{\operatorname{tg} x-\sin x}-1\sim(\operatorname{tg} x-\sin x)\cdot\ln 3\\ \operatorname{tg}\dfrac{x}{2}\sim\dfrac{x}{2}\end{array}\right]=$$

$$=\ln 3\cdot\lim_{x\to 0}\frac{3^{\sin x}\cdot(\operatorname{tg} x-\sin x)}{\left(\frac{x}{2}\right)^2}=4\ln 3\cdot\lim_{x\to 0}\frac{3^{\sin x}\cdot\left(\frac{\sin x}{\cos x}-\sin x\right)}{x^2}=$$

$$=4\ln 3\cdot\lim_{x\to 0}\frac{3^{\sin x}\sin x\cdot(1-\cos x)}{x^2\cos x}=4\ln 3\cdot\lim_{x\to 0}\frac{3^{\sin x}\sin x\cdot 2\sin^2\frac{x}{2}}{x^2\cos x}=8\ln 3\cdot\lim_{x\to 0}\frac{3^{\sin x}\sin x\cdot\sin^2\frac{x}{2}}{x^2\cos x}=$$

$$=\left[\begin{array}{l}\sin\dfrac{x}{2}\sim\dfrac{x}{2}\\ \sin x\sim x\end{array}\right]=8\ln 3\cdot\lim_{x\to 0}\frac{3^{\sin x}x\cdot\left(\frac{x}{2}\right)^2}{x^2\cos x}=2\ln 3\cdot\lim_{x\to 0}\frac{3^{\sin x}\cdot x}{\cos x}=2\ln 3\cdot 0=0$$

Ответ: 0.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.