**Задача скачана с сайта Tutor.com.ru**
**Tutor.com.ru** – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

*Условие*

Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{\operatorname{arctg}^2 2x}}$.

*Решение*

$$\lim_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{\operatorname{arctg}^2 2x}} = \left[1^{\infty}\right] = \lim_{x\to 0} e^{\frac{1}{\operatorname{arctg}^2 2x}\ln(\cos x)} = \lim_{x\to 0} e^{\frac{\ln(\cos x)}{\operatorname{arctg}^2 2x}}$$

Рассмотрим предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\cos x)}{\operatorname{arctg}^2 2x}$:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(\cos x)}{\operatorname{arctg}^2 2x} = \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+\cos x-1)}{\operatorname{arctg}^2 2x} = \left[\begin{array}{l}\ln(1+\cos x-1)\sim \cos x-1\\ \operatorname{arctg} 2x\sim 2x.\end{array}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{4x^2} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-(1-\cos x)}{4x^2} = \left[1-\cos x\sim\frac{x^2}{2}\right] = -\lim_{x\to 0}\frac{-\frac{x^2}{2}}{4x^2} = -\frac{1}{8}$$

Следовательно, $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{\operatorname{arctg}^2 2x}} = e^{-\frac{1}{8}}$.

*Ответ*: $e^{-\frac{1}{8}}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.