Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\sqrt[3]{1-9x^2}}{x^2}$.

Решение

Рассмотрим два вспомогательных предела:

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\left[1-\cos 2x\sim\frac{(2x)^2}{2}=2x^2\right]=\lim_{x\to 0}\frac{2x^2}{x^2}=2$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1-9x^2}-1}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(1-9x^2\right)^{\frac{1}{3}}-1}{x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\left[\left(1-9x^2\right)^{\frac{1}{3}}-1\sim\frac{1}{3}\cdot\left(-9x^2\right)=-3x^2\right]=\lim_{x\to 0}\frac{-3x^2}{x^2}=-3$$

Вернёмся к исходному пределу:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos 2x-\sqrt[3]{1-9x^2}}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos 2x-1+1-\sqrt[3]{1-9x^2}}{x^2}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos 2x-1}{x^2}+\frac{1-\sqrt[3]{1-9x^2}}{x^2}\right)=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(-\frac{1-\cos 2x}{x^2}-\frac{\sqrt[3]{1-9x^2}-1}{x^2}\right)=-2-(-3)=1$$

Ответ: 1.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.