Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти предел $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sqrt[4]{\sin x}-\sqrt[3]{\sin x}}{\cos^2 x}$.

Решение

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt[4]{\sin x}-\sqrt[3]{\sin x}}{\cos^2 x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt[4]{\sin x}-\sqrt[3]{\sin x}}{1-\sin^2 x}=\left[\begin{matrix}t=\sin x;\\ t\to 1.\end{matrix}\right]=\lim_{t\to 1}\frac{\sqrt[4]{t}-\sqrt[3]{t}}{1-t^2}=\left[\begin{matrix}u=\sqrt[12]{t}\\ u\to 1\end{matrix}\right]=$$
$$=\lim_{u\to 1}\frac{u^3-u^4}{1-u^{24}}=\lim_{u\to 1}\frac{u^3(u-1)}{(1-u^{12})(1+u^{12})}=\lim_{u\to 1}\frac{u^3(u-1)}{(1-u^6)(1+u^6)(1+u^{12})}=\lim_{u\to 1}\frac{u^3(u-1)}{(1-u^3)(1+u^3)(1+u^6)(1+u^{12})}=$$
$$=\lim_{u\to 1}\frac{u^3(u-1)}{(1-u)(1+u+u^2)(1+u^3)(1+u^6)(1+u^{12})}=\lim_{u\to 1}\frac{-u^3}{(1+u+u^2)(1+u^3)(1+u^6)(1+u^{12})}=-\frac{1}{3\cdot 2\cdot 2\cdot 2}=-\frac{1}{24}$$

Ответ: $-\dfrac{1}{24}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.