Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)$.

Решение

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)=[\infty-\infty]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)\cdot\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x}}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}-x}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+\sqrt{x}}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x}}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{\sqrt{x+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}}{\frac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{\frac{x}{x}+\frac{\sqrt{x}}{x}}}{\sqrt{\frac{x}{x}+\frac{\sqrt{x+\sqrt{x}}}{x}}+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{x}}}}{\sqrt{1+\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{1}{x\sqrt{x}}}}+1}=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}.$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.