Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти предел $\lim\limits_{x\to\infty} x^{\frac{4}{3}}\cdot\left(\sqrt[3]{x^2+1}-\sqrt[3]{x^2-1}\right)$.

Решение

$$\lim_{x\to\infty} x^{\frac{4}{3}}\cdot\left(\sqrt[3]{x^2+1}-\sqrt[3]{x^2-1}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^{\frac{4}{3}}\cdot\left(\sqrt[3]{x^2+1}-\sqrt[3]{x^2-1}\right)\cdot\left(\sqrt[3]{\left(x^2+1\right)^2}+\sqrt[3]{\left(x^2+1\right)\left(x^2-1\right)}+\sqrt[3]{\left(x^2-1\right)^2}\right)}{\sqrt[3]{\left(x^2+1\right)^2}+\sqrt[3]{\left(x^2+1\right)\left(x^2-1\right)}+\sqrt[3]{\left(x^2-1\right)^2}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^{\frac{4}{3}}\cdot\left(x^2+1-\left(x^2-1\right)\right)}{\sqrt[3]{\left(x^2+1\right)^2}+\sqrt[3]{x^4-1}+\sqrt[3]{\left(x^2-1\right)^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{\left(x^2+1\right)^2}+\sqrt[3]{x^4-1}+\sqrt[3]{\left(x^2-1\right)^2}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{\sqrt[3]{\left(1+\frac{1}{x^2}\right)^2}+\sqrt[3]{1-\frac{1}{x^4}}+\sqrt[3]{\left(1-\frac{1}{x^4}\right)^2}}=\frac{2}{1+1+1}=\frac{2}{3}$$

Ответ: $\frac{2}{3}$

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.