Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(1-\cos 2x+\operatorname{tg}^2 x\right)\cdot \operatorname{ctg} 2x}{x}$.

Решение

$$\lim_{x\to 0}\frac{\left(1-\cos 2x+\operatorname{tg}^2 x\right)\cdot \operatorname{ctg} 2x}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(2\sin^2 x+\operatorname{tg}^2 x\right)\cdot \operatorname{ctg} 2x}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(2\sin^2 x+\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)\cdot\dfrac{\cos 2x}{\sin 2x}}{x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos 2x}{x}\cdot\left(\frac{2\sin^2 x}{\sin 2x}+\frac{\sin^2 x}{\sin 2x\cos^2 x}\right)\right)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos 2x}{x}\cdot\left(\frac{2\sin^2 x}{2\sin x\cos x}+\frac{\sin^2 x}{2\sin x\cos^3 x}\right)\right)=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos 2x}{x}\cdot\left(\frac{\sin x}{\cos x}+\frac{\sin x}{2\cos^3 x}\right)\right)=\lim_{x\to 0}\left(\cos 2x\cdot\frac{\sin x}{x}\cdot\left(\frac{1}{\cos x}+\frac{1}{2\cos^3 x}\right)\right)=1\cdot 1\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}$$

Ответ: $\dfrac{3}{2}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.