Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти предел $\lim\limits_{x\to\infty} x^2\cdot\left(4^{\frac{1}{x}}-4^{\frac{1}{x+1}}\right)$.

Решение

$$\lim_{x\to\infty} x^2\cdot\left(4^{\frac{1}{x}}-4^{\frac{1}{x+1}}\right)=\left[\infty\cdot 0\right]=\left[\begin{array}{l} t=\dfrac{1}{x};x=\dfrac{1}{t}. \\ t\to 0. \end{array}\right]=\lim_{t\to 0}\left(\frac{1}{t}\right)^2\cdot\left(4^t-4^{\frac{1}{\frac{1}{t}+1}}\right)=\lim_{t\to 0}\frac{4^t-4^{\frac{t}{t+1}}}{t^2}=$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{4^{\frac{t}{t+1}}\cdot\left(4^{t-\frac{t}{t+1}}-1\right)}{t^2}=\lim_{t\to 0}\frac{4^{\frac{t}{t+1}}\cdot\left(4^{\frac{t^2}{t+1}}-1\right)}{t^2}=\lim_{t\to 0}\left(4^{\frac{t}{t+1}}\cdot\frac{4^{\frac{t^2}{t+1}}-1}{\frac{t^2}{t+1}}\cdot\frac{1}{t+1}\right)=1\cdot\ln 4\cdot 1=\ln 4$$

Ответ: $\ln 4$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.