Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4^{5\ln(x+1)}-9^{-2\ln(x+1)}}{\sin\left(\ln(x+1)\right)-\operatorname{tg}\left(\ln(x+1)^3\right)}$.

Решение

$$\lim_{x\to 0}\frac{4^{5\ln(x+1)}-9^{-2\ln(x+1)}}{\sin\left(\ln(x+1)\right)-\operatorname{tg}\left(\ln(x+1)^3\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{4^{5\ln(x+1)}-9^{-2\ln(x+1)}}{\sin\left(\ln(x+1)\right)-\operatorname{tg}\left(3\ln(x+1)\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\left[\begin{array}{l}t=\ln(x+1);\\ t\to 0.\end{array}\right]=$$

$$=\lim_{t\to 0}\frac{4^{5t}-9^{-2t}}{\sin t-\operatorname{tg}3t}=\lim_{t\to 0}\frac{4^{5t}-1-\left(9^{-2t}-1\right)}{\sin t-\operatorname{tg}3t}=\lim_{t\to 0}\frac{\dfrac{4^{5t}-1}{5t}\cdot 5t-\dfrac{9^{-2t}-1}{-2t}\cdot(-2t)}{\dfrac{\sin t}{t}\cdot t-\dfrac{\operatorname{tg}3t}{3t}\cdot 3t}=\lim_{t\to 0}\frac{\dfrac{4^{5t}-1}{5t}\cdot 5+2\cdot\dfrac{9^{-2t}-1}{-2t}}{\dfrac{\sin t}{t}-\dfrac{\operatorname{tg}3t}{3t}\cdot 3}=$$

$$=\frac{\ln 4\cdot 5+2\cdot\ln 9}{1-1\cdot 3}=-\frac{5\ln 4+2\ln 9}{2}=-\frac{10\ln 2+4\ln 3}{2}=-5\ln 2-2\ln 3$$

Ответ: $-5\ln 2-2\ln 3$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.