Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\cos 2x}{\cos 8x}\right)^{\frac{1}{4x^2}}$.

Решение

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos 2x}{\cos 8x}\right)^{\frac{1}{4x^2}}=\left[1^{\infty}\right]=\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{\cos 2x}{\cos 8x}-1\right)^{\frac{1}{4x^2}}=\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{\cos 2x-\cos 8x}{\cos 8x}\right)^{\frac{1}{4x^2}}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{-2\sin 5x\cdot\sin(-3x)}{\cos 8x}\right)^{\frac{1}{4x^2}}=\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{2\sin 5x\cdot\sin 3x}{\cos 8x}\right)^{\frac{1}{4x^2}}=\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{2\sin 5x\cdot\sin 3x}{\cos 8x}\right)^{\frac{\cos 8x}{2\sin 5x\sin 3x}\cdot\frac{2\sin 5x\sin 3x}{4x^2\cos 8x}}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\left(1+\frac{2\sin 5x\cdot\sin 3x}{\cos 8x}\right)^{\frac{\cos 8x}{2\sin 5x\sin 3x}}\right)^{\frac{\frac{\sin 5x}{5x}\cdot\frac{\sin 3x}{3x}\cdot 15}{2\cos 8x}}=e^{\frac{1\cdot 1\cdot 15}{2\cdot 1}}=e^{\frac{15}{2}}$$

Ответ: $e^{\frac{15}{2}}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.