Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат:

$y = \arcsin x - \sqrt{1-x^2};\ 0 \le x \le \frac{15}{16}.$

Решение

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}} = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$$

$$L = \int\limits_0^{\frac{15}{16}} \sqrt{1+(y')^2}\,dx = \int\limits_0^{\frac{15}{16}} \sqrt{1+\frac{1+x}{1-x}}\,dx = \sqrt{2}\int\limits_0^{\frac{15}{16}} \frac{dx}{\sqrt{1-x}} = -\sqrt{2}\int\limits_0^{\frac{15}{16}} (1-x)^{-\frac{1}{2}}\,d(1-x) = -2\sqrt{2}\cdot\sqrt{1-x}\Big|_0^{\frac{15}{16}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Ответ: $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.