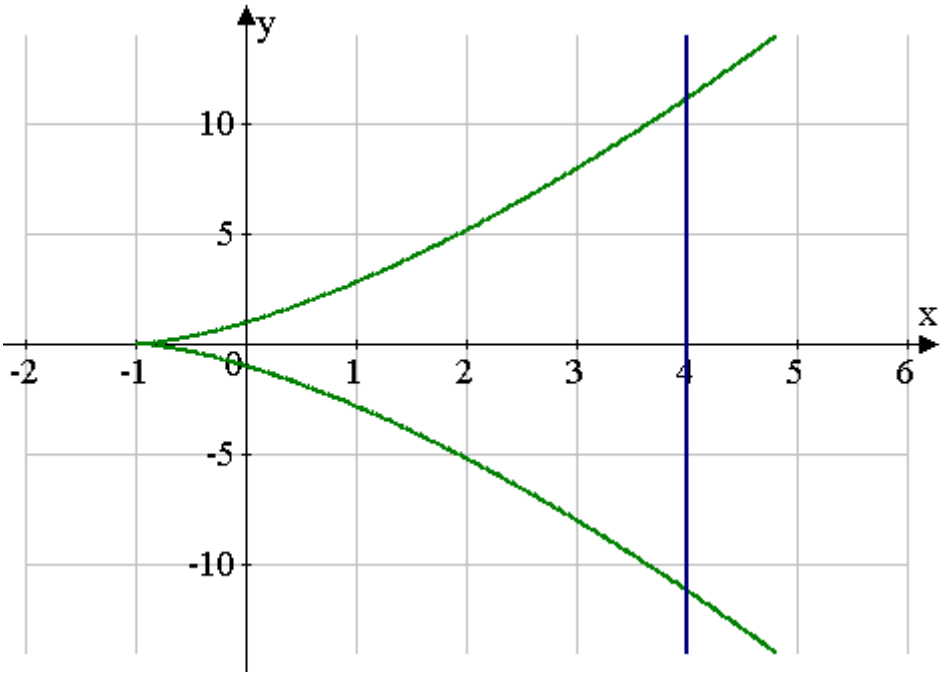
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найдите длину дуги линии $y^2=(x+1)^3$, отсечённой прямой $x=4$.

Решение

Так как $y^2\ge 0$, то $(x+1)^3\ge 0$, $x\ge -1$. Кривая лежит справа от прямой $x=-1$. Если точка $(x;y)$ принадлежит кривой $y^2=(x+1)^3$, то так как $(-y)^2=y^2$, то и точка $(x;-y)$ принадлежит кривой. Это значит, что кривая симметрична относительно оси Ox. Значит, искомая длина $L=2L_1$, где L_1 – длина части кривой над осью Ox.



Для части кривой, расположенной над осью Ox, имеем $y=(x+1)^{\frac{3}{2}}$.

$$y'=\frac{3}{2}(x+1)^{\frac{1}{2}};\ 1+(y')^2=1+\frac{9}{4}(x+1)=\frac{9x}{4}+\frac{13}{4}.$$

$$L=2L_1=2\int_{-1}^{4}\sqrt{\frac{9x}{4}+\frac{13}{4}}dx=\frac{8}{9}\int_{-1}^{4}\left(\frac{9x}{4}+\frac{13}{4}\right)^{\frac{1}{2}}d\left(\frac{9x}{4}+\frac{13}{4}\right)=\frac{8}{9}\cdot\frac{\left(\frac{9x}{4}+\frac{13}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Bigg|_{-1}^{4}=\frac{16}{27}\cdot\left(\frac{9x}{4}+\frac{13}{4}\right)^{\frac{3}{2}}\Bigg|_{-1}^{4}=\frac{670}{27}.$$

Ответ: $\frac{670}{27}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.