Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти длину кривой $y=\ln\cos x,\ 0\le x\le\dfrac{\pi}{4}$.

Решение

$$y'=\frac{1}{\cos x}\cdot(-\sin x)=-\frac{\sin x}{\cos x}.$$

$$1+(y')^2=1+\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}=\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x}=\frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$L=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{1+(y')^2}\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{\cos x}=\ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)\right|\Bigg|_0^{\pi/4}=\ln\left|\operatorname{tg}\frac{3\pi}{8}\right|-\ln\left|\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\right|=\ln\left|\operatorname{tg}\frac{3\pi}{8}\right|$$

Так как $\operatorname{tg}\dfrac{3\pi}{8}=\dfrac{1-\cos\frac{3\pi}{4}}{\sin\frac{3\pi}{4}}=\sqrt{2}+1$, то $L=\ln\left(\sqrt{2}+1\right)$.

Ответ: $L=\ln\left(\sqrt{2}+1\right)$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.