Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases} x = \left(t^2 - 2\right)\sin t + 2t\cos t \\ y = \left(2 - t^2\right)\cos t + 2t\sin t \end{cases}$, $0 \le t \le \pi$.

Решение

$$x'_t = 2t\sin t + \left(t^2 - 2\right)\cos t + 2\cos t - 2t\sin t = t^2\cos t,$$
$$y'_t = -2t\cos t - \left(2 - t^2\right)\sin t + 2\sin t + 2t\cos t = t^2\sin t.$$

$$\left(x'_t\right)^2 + \left(y'_t\right)^2 = t^4\cos^2 t + t^4\sin^2 t = t^4\cdot\left(\cos^2 t + \sin^2 t\right) = t^4.$$

$$L = \int\limits_0^{\pi}\sqrt{\left(x'_t\right)^2 + \left(y'_t\right)^2}\,dt = \int\limits_0^{\pi} t^2\,dt = \frac{t^3}{3}\Bigg|_0^{\pi} = \frac{\pi^3}{3}.$$

Ответ: $L = \dfrac{\pi^3}{3}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.