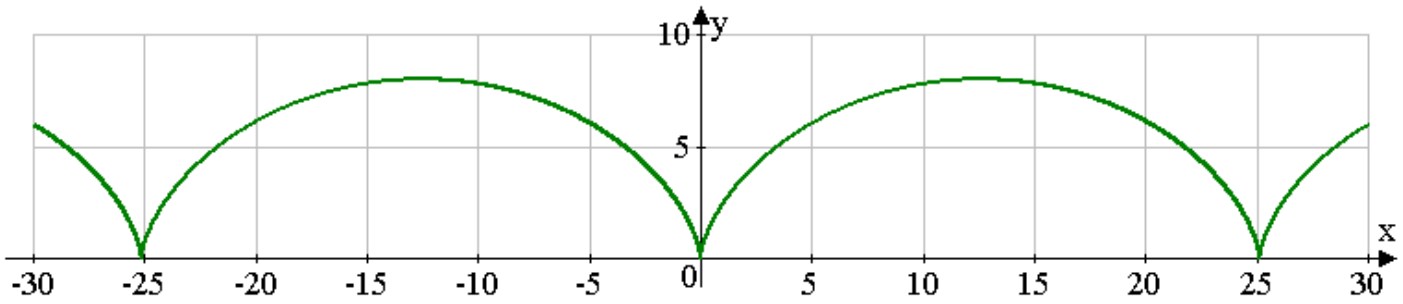
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти длину дуги линии $\begin{cases} x = 4\cdot(t-\sin t) \\ y = 4\cdot(1-\cos t) \end{cases}$, $\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{2\pi}{3}$.

Решение



$x'_t = 4\cdot(1-\cos t)$, $y'_t = 4\cdot\sin t$.

$(x'_t)^2 + (y'_t)^2 = 16\cdot(1-2\cos t+\cos^2 t+\sin^2 t) = 16\cdot(2-2\cos t) = 64\cdot\sin^2\frac{t}{2}$.

Так как $\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{2\pi}{3}$, то $\frac{\pi}{4} \le \frac{t}{2} \le \frac{\pi}{3}$, поэтому $\sin\frac{t}{2} > 0$. Следовательно, $\sqrt{(x'_t)^2+(y'_t)^2} = \sqrt{64\sin^2\frac{t}{2}} = 8\sin\frac{t}{2}$.

$$L = \int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \sqrt{(x'_t)^2+(y'_t)^2}\,dt = 8\cdot\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin\frac{t}{2}\,dt = -16\cos\frac{t}{2}\Big|_{\pi/2}^{2\pi/3} = -16\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 8\sqrt{2}-8$$

Ответ: $L = 8\sqrt{2}-8$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.