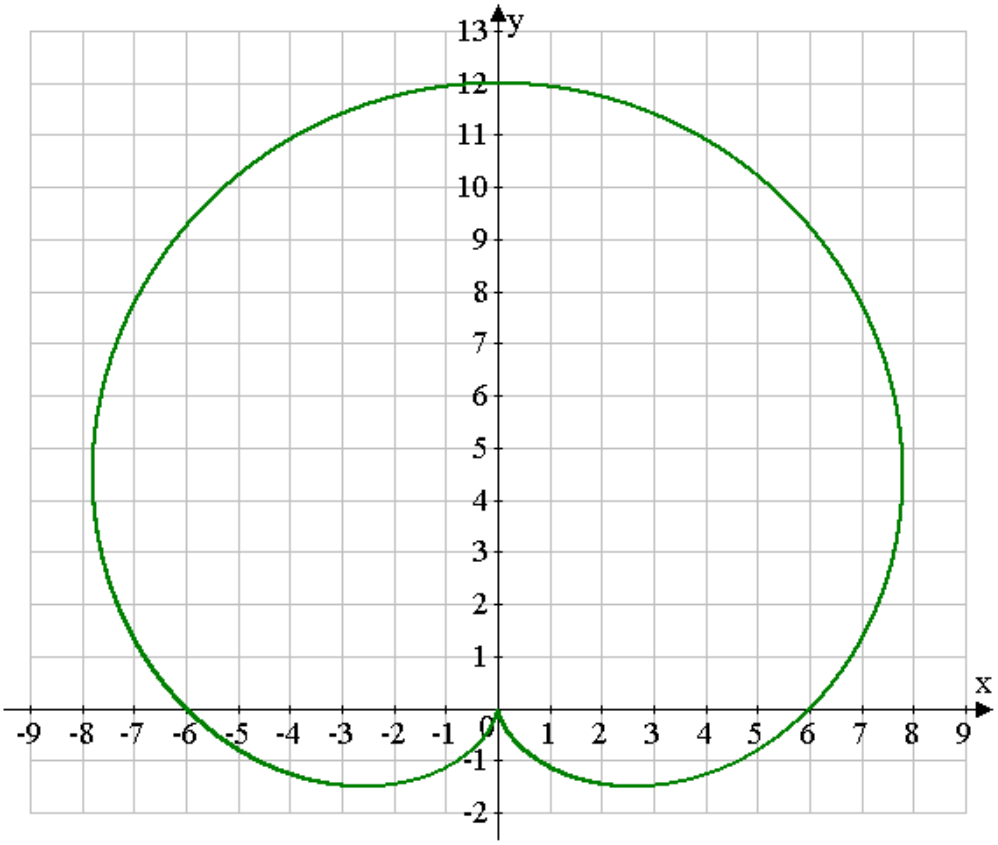
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти длину дуги линии $\rho = 6\cdot(1+\sin\varphi)$, $-\frac{\pi}{2} \le \varphi \le 0$.

Решение



$$L = \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \sqrt{\rho^2 + (\rho')^2}\, d\varphi = 6\cdot \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \sqrt{1+2\sin\varphi+\sin^2\varphi+\cos^2\varphi}\, d\varphi = 6\cdot \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \sqrt{2+2\sin\varphi}\, d\varphi =$$

$$= \left| \begin{array}{l} t = \varphi + \frac{\pi}{2}; \\ dt = d\varphi. \end{array} \begin{array}{c|c|c} \varphi & -\frac{\pi}{2} & 0 \\ \hline t & 0 & \frac{\pi}{2} \end{array} \right| = 6\cdot \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2+2\sin\left(t-\frac{\pi}{2}\right)}\, dt = 6\cdot \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2-2\cos t}\, dt = 6\cdot \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4\sin^2\frac{t}{2}}\, dt =$$

$$= 12\cdot \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin\frac{t}{2}\, dt = 24\cdot\left(-\cos\frac{t}{2}\right)\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}} = -24\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-1\right) = 24\cdot\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Ответ: $L = 24\cdot\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.