Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\operatorname{tg}x$, $y=\frac{2}{3}\cos x$, $x=0$.

Решение

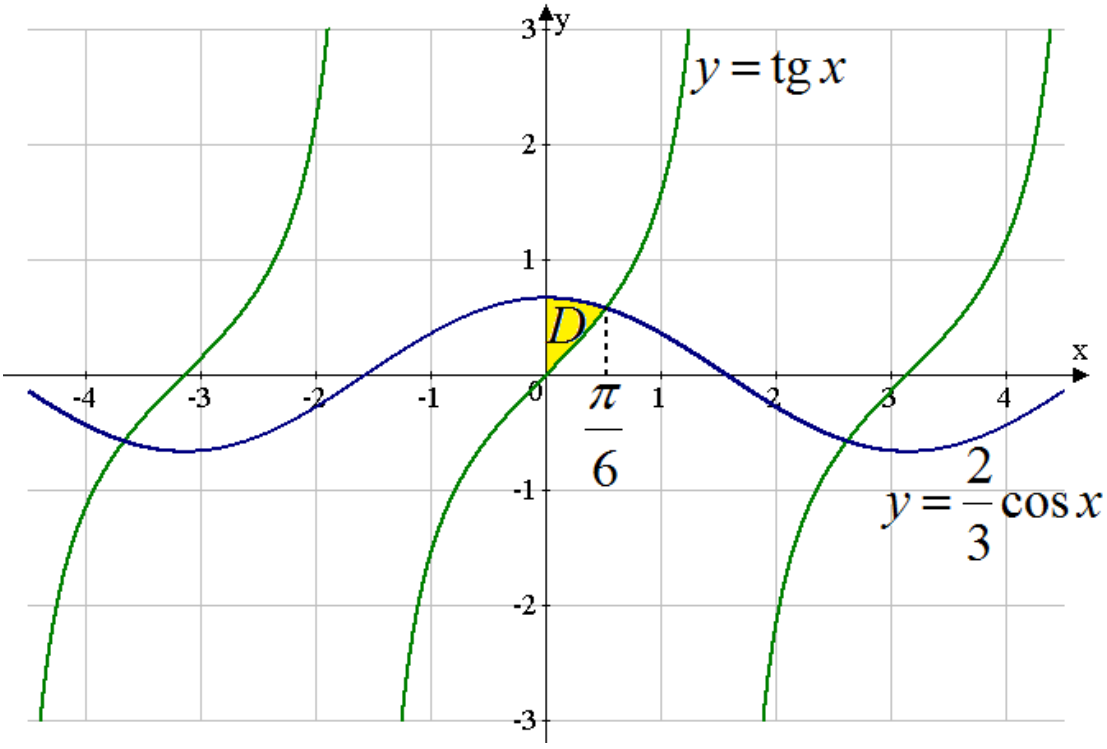
Найдём точки пересечения графиков $y=\operatorname{tg}x$ и $y=\frac{2}{3}\cos x$:

$$\operatorname{tg}x=\frac{2}{3}\cos x,\ \frac{\sin x}{\cos x}=\frac{2\cos x}{3},\ 3\sin x=2\cos^2 x,\ 3\sin x=2-2\sin^2 x,\ 2\sin^2 x+3\sin x-2=0.$$

Заменяя $t=\sin x$ при условии $|t|\le 1$, получим:

$$2t^2+3t-2=0$$
$$D=9+16=25;$$
$$t_1=\frac{-3-5}{4}=-2;\ t_2=\frac{-3+5}{4}=\frac{1}{2}.$$

Следовательно, $\sin x=\frac{1}{2}$, откуда $x=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k$.



$D: 0\le x\le\frac{\pi}{6};\ \operatorname{tg}x\le y\le\frac{2}{3}\cos x.$

$$S=\iint\limits_D dxdy=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}dx\int\limits_{\operatorname{tg}x}^{\frac{2}{3}\cos x}dy=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}y\Big|_{\operatorname{tg}x}^{2/3\cdot\cos x}dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\left(\frac{2}{3}\cos x-\operatorname{tg}x\right)dx=\left(\frac{2}{3}\sin x+\ln|\cos x|\right)\Big|_0^{\pi/6}=$$

$$=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}+\ln\frac{\sqrt{3}}{2}-0=\frac{1}{3}+\ln\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Ответ: $S=\dfrac{1}{3}+\ln\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.