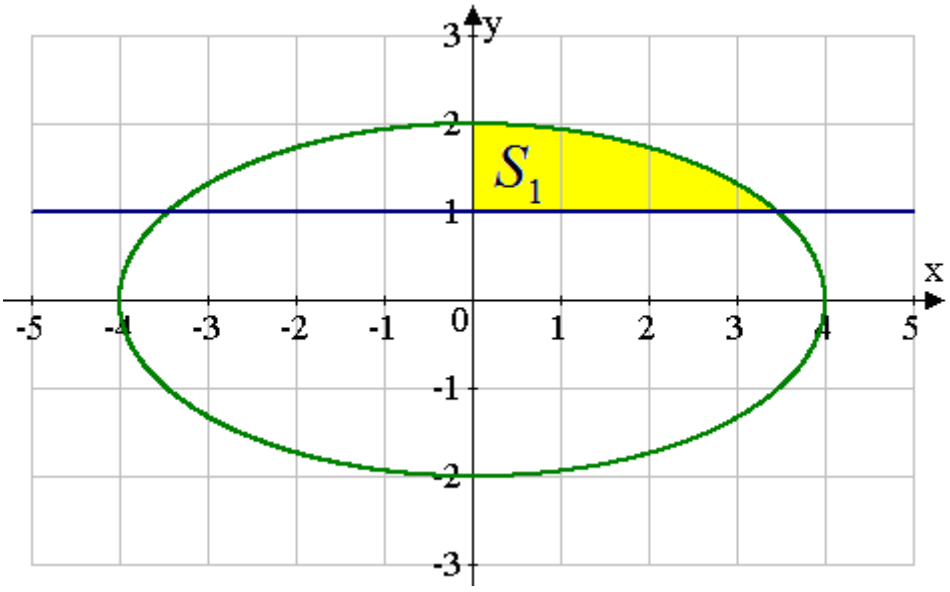
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $x=4\cos t$, $y=2\sin t$, прямой $y=1$ и содержащей точку $(0;2)$. Сделать чертёж.

Решение

Уравнения $\begin{cases} x=4\cos t \\ y=2\sin t \end{cases}$ определяют эллипс с полуосями $a=4$, $b=2$. Так как эллипс и прямая $y=1$ симметричны относительно оси Oy, то искомая площадь $S=2S_1$, где S_1 – часть площади, расположенная справа от оси Oy.



Найдём значение параметра t, при котором эллипс пересекает прямую $y=1$:

$$2\sin t=1 \Rightarrow \sin t=\frac{1}{2} \Rightarrow t=\frac{\pi}{6}.$$

$$S=2S_1=2\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} x(t)\cdot y'(t)dt=2\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 4\cos t\cdot 2\cos t\,dt=16\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t\,dt=4\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (2+2\cos 2t)dt=$$

$$=4\cdot(2t+\sin 2t)\Big|_{\pi/6}^{\pi/2}=\frac{8\pi}{3}-2\sqrt{3}$$

Ответ: $\frac{8\pi}{3}-2\sqrt{3}$

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.