Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=1-|x|$, $y=3x^2-3$.

Решение

Заданные функции чётные. Чтобы это доказать, сперва отметим, что обе функции определены на множестве R, симметричном относительно нуля. Кроме того, для функции $y=1-|x|$ имеем:

$$y(-x)=1-|-x|=1-|x|=y(x)$$

Аналогично и для функции $y=3x^2-3$ получим:

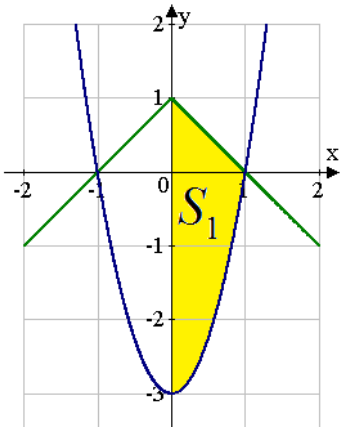
$$y(-x)=3(-x)^2-3=3x^2-3=y(x)$$

Так как заданные функции чётны, то их графики симметричны относительно оси Oy. Соответственно, и область, площадь S которой необходимо найти, симметрична относительно оси Oy, т.е. $S=2S_1$, где S_1 – площадь части фигуры, расположенная справа от оси Oy. Найдём S_1.

При $x\geq 0$ имеем $y=1-|x|=1-x$. Найдём точки пересечения параболы $y=3x^2-3$ и прямой $y=1-x$ при $x\geq 0$:

$$3x^2-3=1-x$$
$$3x^2+x-4=0$$
$$D=49;\ x=1.$$

Графики пересекаются в точке $(1;0)$. Можно отметить, что ввиду симметричности графиков, слева от оси Oy имеем точку пересечения $(-1;0)$:



$$S=2S_1=2\int_0^1\left(1-x-\left(3x^2-3\right)\right)dx=\int_0^1\left(-6x^2-2x+8\right)dx=\left(-2x^3-x^2+8x\right)\Big|_0^1=-2-1+8-0=5$$

Ответ: 5.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.