Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Площадь фигуры, расположенной в первой четверти и ограниченной линиями $y=(2x-3)^2$ и $y=kx+9$, равна $\frac{1}{12}$. Найти k.

Решение

Найдём точки пересечения параболы $y=(2x-3)^2$ и прямой $y=kx+9$:

$$(2x-3)^2=kx+9;\ 4x^2-12x-kx=0;\ x(4x-12-k)=0;\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{k+12}{4} \end{array}\right.$$

Так как искомая фигура находится в первой четверти, то $\frac{k+12}{4}>0$, т.е. $k>-12$.

$$S=\int\limits_0^{\frac{k+12}{4}}\left(kx+9-(2x-3)^2\right)dx=\int\limits_0^{\frac{k+12}{4}}\left(-4x^2+12x+kx\right)dx=\left(-\frac{4x^3}{3}+6x^2+\frac{kx^2}{2}\right)\Bigg|_0^{\frac{k+12}{4}}=$$

$$=-\frac{4}{3}\cdot\frac{(k+12)^3}{64}+6\cdot\frac{(k+12)^2}{16}+\frac{k}{2}\cdot\frac{(k+12)^2}{16}=\frac{1}{96}(k+12)^3$$

$$\frac{1}{96}(k+12)^3=\frac{1}{12};\ (k+12)^3=8;\ k+12=2;\ k=-10.$$

Ответ: -10.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.