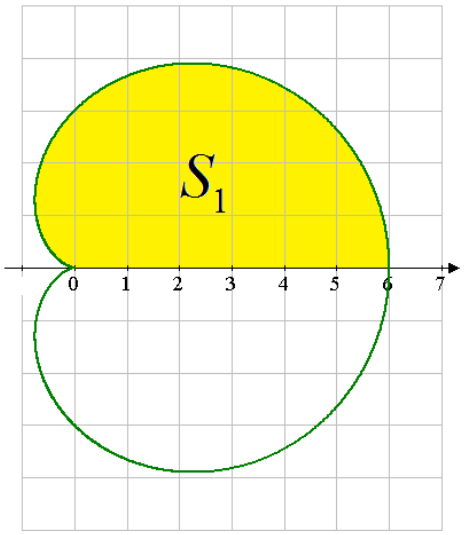
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Вычислить площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r = 3\cdot(1+\cos\varphi)$.

Решение

Так как $\cos\varphi \ge -1$, то $1+\cos\varphi \ge 0$, т.е. $r \ge 0$ при всех $x \in [0;2\pi]$. Пусть S_1 – часть площади, расположенная над полярной осью при $0 \le \varphi \le \pi$:



$$S = 2S_1 = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\int_0^{\pi} 9\cdot(1+\cos\varphi)^2\,d\varphi = 9\cdot\int_0^{\pi}\left(1+2\cos\varphi+\cos^2\varphi\right)d\varphi = 9\cdot\int_0^{\pi}\left(1+2\cos\varphi+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2\varphi\right)d\varphi =$$

$$= 9\cdot\int_0^{\pi}\left(\frac{3}{2}+2\cos\varphi+\frac{1}{2}\cos 2\varphi\right)d\varphi = 9\cdot\left(\frac{3\varphi}{2}+2\sin\varphi+\frac{\sin 2\varphi}{4}\right)\Bigg|_0^{\pi} = 9\cdot\frac{3\pi}{2} = \frac{27\pi}{2}.$$

Ответ: $\dfrac{27\pi}{2}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.