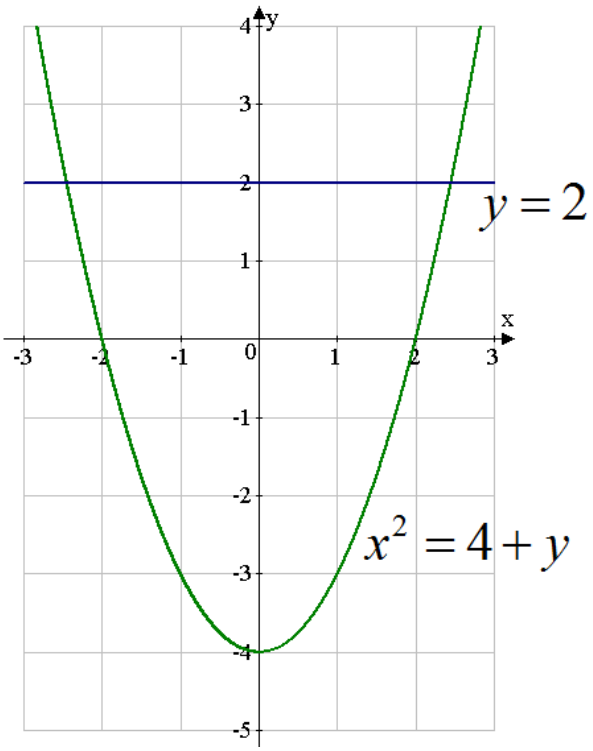
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Вычислить (с точностью до двух знаков после запятой) площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой $L: x^2 = 4 + y$, отсекаемой прямой $y = 2$, вокруг оси Oy.

Решение

Уравнение $x^2 = 4 + y$ определяет параболу с осью симметрии Oy и вершиной в точке $(0;-4)$:



Парабола симметрична относительно оси Oy, поэтому площадь всей поверхности равна площади, получаемой при вращении части параболы $x = \sqrt{4+y}$, расположенной справа от оси Oy.

$$S = 2\pi \cdot \int_{-4}^{2} y\sqrt{1+(y')^2}\,dy = 2\pi \cdot \int_{-4}^{2} \sqrt{4+y} \cdot \sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{4+y}}\right)^2}\,dy = 2\pi \cdot \int_{-4}^{2} \sqrt{4+y} \cdot \sqrt{1+\frac{1}{4(y+4)}}\,dy =$$

$$= 2\pi \cdot \int_{-4}^{2} \sqrt{y+4+\frac{1}{4}}\,dy = 2\pi \cdot \int_{-4}^{2} \sqrt{y+\frac{17}{4}}\,dy = 2\pi \cdot \int_{-4}^{2} \left(y+\frac{17}{4}\right)^{\frac{1}{2}} d\left(y+\frac{17}{4}\right) = \frac{4\pi}{3} \cdot \left(y+\frac{17}{4}\right)^{\frac{3}{2}}\Bigg|_{-4}^{2} =$$

$$= \frac{4\pi}{3} \cdot \left(\frac{125}{8} - \frac{1}{8}\right) = \frac{62\pi}{3} \approx 64{,}89.$$

Ответ: $\frac{62\pi}{3} \approx 64{,}89$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.