Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

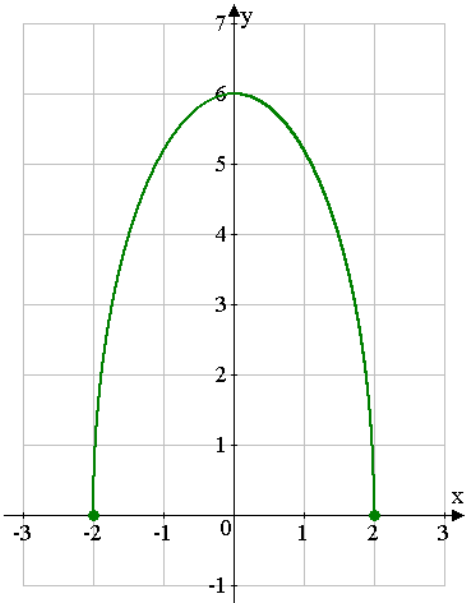
Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной полуэллипсом $y = 3\sqrt{4-x^2}$.

Решение

Найдём точки пересечения графика $y = 3\sqrt{4-x^2}$ и оси Ox:

$$3\sqrt{4-x^2} = 0,\ 4-x^2 = 0;\ \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Так как $\sqrt{4-x^2} \ge 0$, то $y \ge 0$, т.е. данный полуэллипс лежит над осью Ox.



Так как данный полуэллипс симметричен относительно оси Oy, то искомый объём V будет равен $2V_1$, где V_1 – объём, полученный при вращении части полуэллипса справа от оси Oy.

$$V = 2V_1 = 2\pi \cdot \int_0^2 \left(3\sqrt{4-x^2}\right)^2 dx = 2\pi \cdot \int_0^2 \left(9 \cdot \left(4-x^2\right)\right)dx = 18\pi \cdot \int_0^2 \left(4-x^2\right)dx = 18\pi \cdot \left(4x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^2 =$$

$$= 18\pi \cdot \left(4 \cdot 2 - \frac{8}{3} - 0\right) = 96\pi.$$

Ответ: 96π.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.