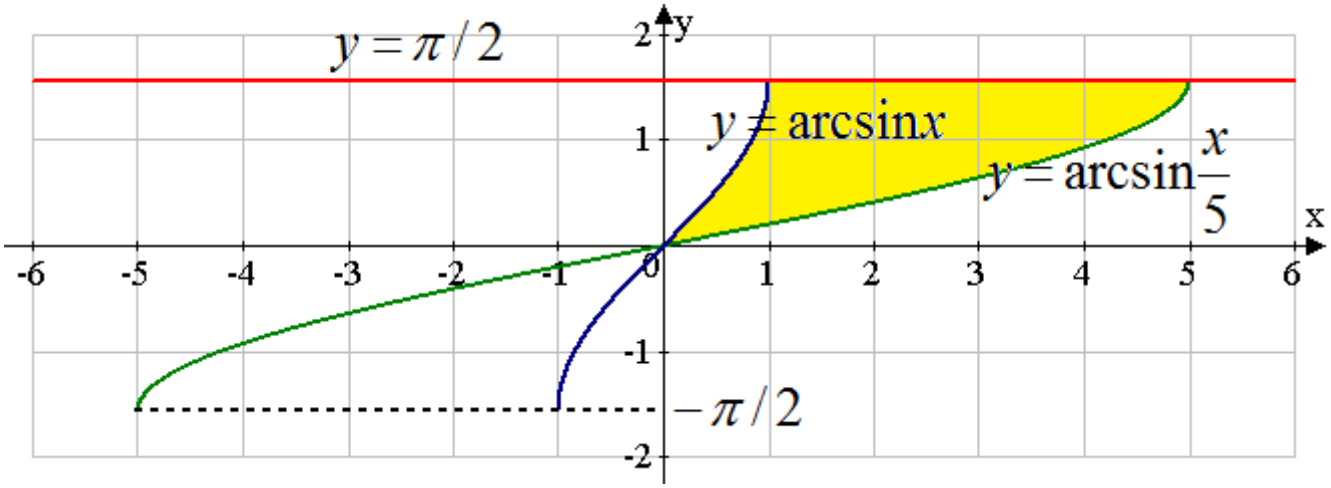
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y=\arcsin\frac{x}{5}$, $y=\arcsin x$, $y=\frac{\pi}{2}$ вокруг оси Oy.

Решение

Для функции $y=\arcsin x$ имеем $-1\le x\le 1$, $-\frac{\pi}{2}\le y\le\frac{\pi}{2}$. Для функции $y=\arcsin\frac{x}{5}$ имеем $-5\le x\le 5$, $-\frac{\pi}{2}\le y\le\frac{\pi}{2}$. Оба графика проходят через начало координат, т.е. пересекаются в точке $(0;0)$.



При условии $0\le y\le\frac{\pi}{2}$ из уравнений $y=\arcsin x$, $y=\arcsin\frac{x}{5}$ имеем $x=\sin y$ и $x=5\sin y$.

$$V=\pi\cdot\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(25\sin^2 y-\sin^2 y\right)dy=24\pi\cdot\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 y\,dy=12\pi\cdot\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\cos 2y)dy=6\pi\cdot\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2-2\cos 2y)dy=$$
$$=6\pi\cdot(2y-\sin 2y)\Big|_0^{\pi/2}=6\pi\cdot(\pi-0)=6\pi^2.$$

Ответ: $6\pi^2$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.