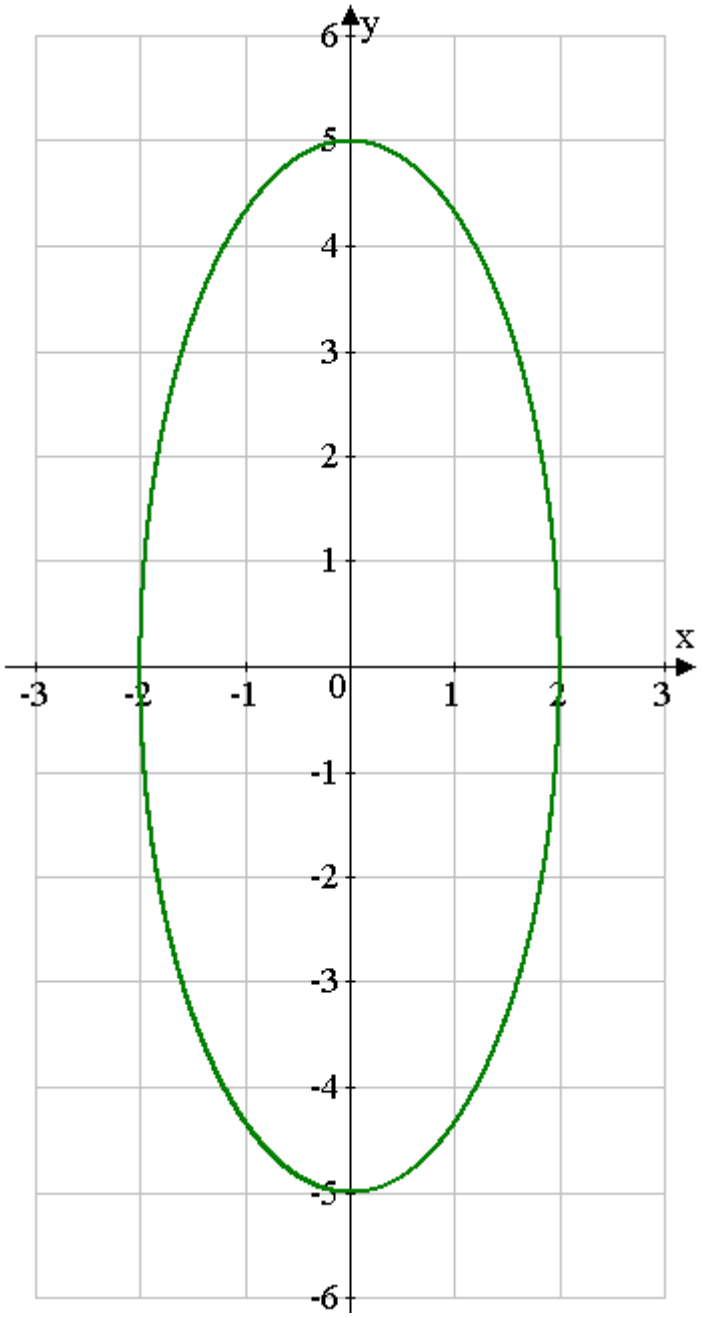
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Вычислить (с точностью до двух знаков после запятой) объём тела, полученного вращением фигуры Ф: $x = 2\cos t$, $y = 5\sin t$ вокруг оси Oy.

Решение

Уравнение $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 5\sin t \end{cases}$ определяет эллипс с центром в начале координат и полуосями $a = 2$, $b = 5$.



Пусть V_1 – объём, полученный при вращении части эллипса, расположенной в первой четверти, относительно оси Oy. Так как эллипс симметричен относительно осей Ox и Oy, то объём V, полученный при вращении всего эллипса, будет таким: $V = 2V_1$. Для первой четверти имеем: $0 \le t \le \frac{\pi}{2}$.

$$V = 2V_1 = 2\pi \cdot \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x(t)^2 \, y'(t) dt = 2\pi \cdot \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} 4\cos^2 t \cdot 5\cos t dt = 40\pi \cdot \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t \cdot \cos t dt = 40\pi \cdot \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin^2 t) d(\sin t) =$$

$$= 40\pi \cdot \left(\sin t - \frac{\sin^3 t}{3} \right) \Bigg|_0^{\pi/2} = 40\pi \cdot \left(\frac{2}{3} - 0 \right) = \frac{80\pi}{3} \approx 83{,}73.$$

Ответ: $\frac{80\pi}{3} \approx 83{,}73$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.