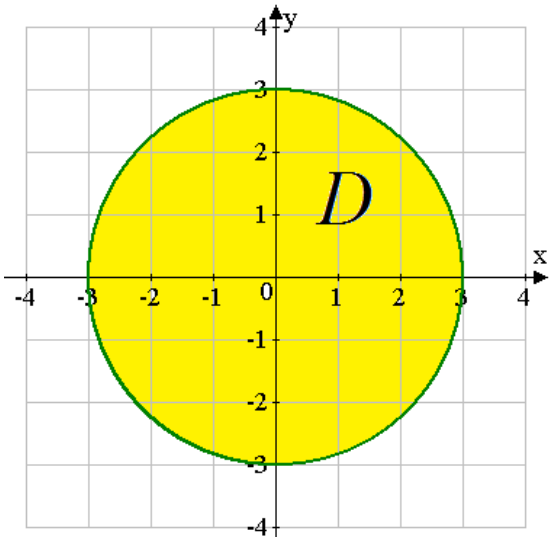
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Перейдя к полярным координатам, вычислить $\iint\limits_D \sqrt{9-x^2-y^2}\,dxdy$, где область D – круг $x^2+y^2\le 9$.

Решение

Уравнение $x^2+y^2=9$ определяет окружность с центром в начале координат и радиусом $R=3$.



Уравнение $x^2+y^2=9$ в полярной системе координат станет таким:

$$\rho^2=9,\ \rho=3.$$

Следовательно, для области D получим: $0\le\varphi\le 2\pi$, $0\le\rho\le 3$.

$$\iint\limits_D \sqrt{9-x^2-y^2}\,dxdy=\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^3\rho\sqrt{9-\rho^2}\,d\rho=-\frac{1}{2}\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^3\left(9-\rho^2\right)^{\frac{1}{2}}d\left(9-\rho^2\right)=$$

$$=-\frac{1}{3}\int\limits_0^{2\pi}\left(9-\rho^2\right)^{\frac{3}{2}}\Big|_0^3 d\varphi=9\int\limits_0^{2\pi}d\varphi=9\cdot\varphi\Big|_0^{2\pi}=18\pi.$$

Ответ: 18π.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.