Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Расставить пределы интегрирования в повторном интеграле для двойного интеграла $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ и изменить порядок интегрирования.

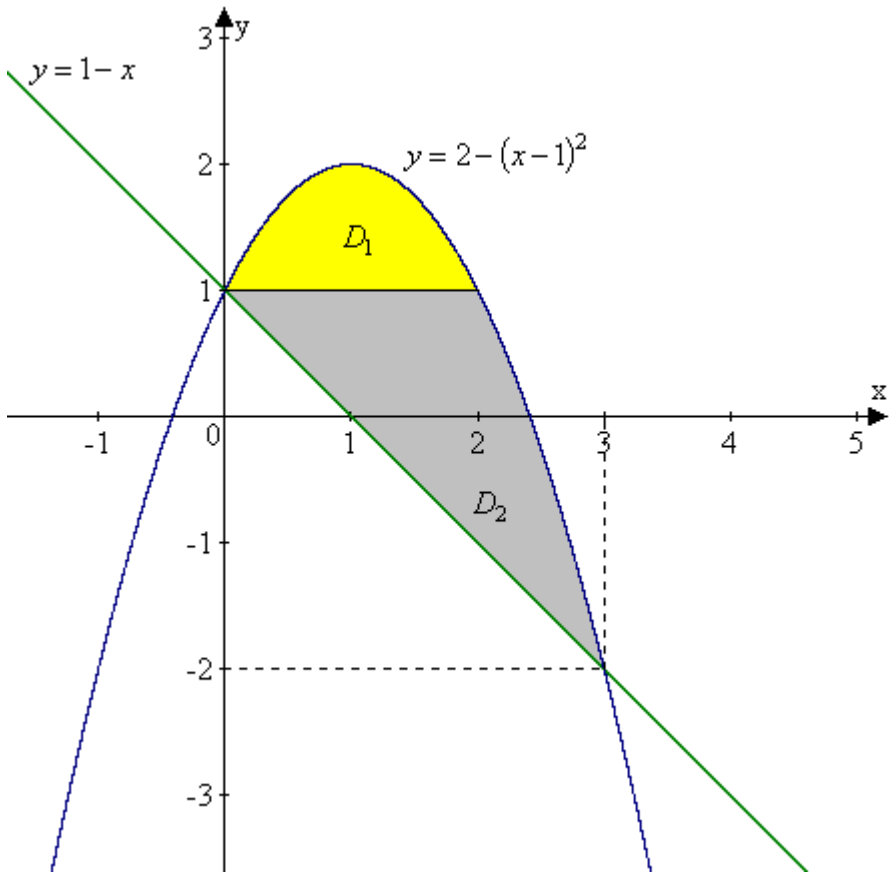
$D: y = 2-(x-1)^2;\ y = 1-x.$

Решение

Область D ограничена параболой $y = 2-(x-1)^2$ и прямой $y = 1-x$. Для построения области D найдем точки пересечения заданных линий:

$$2-(x-1)^2 = 1-x;\ (x-1)-(x-1)^2+2=0;\ u = x-1;\ u^2-u-2=0;$$
$$u_1 = -1;\ x_1 = u_1+1 = 0;$$
$$u_2 = 2;\ x_2 = u_2+1 = 3.$$

Графики пересекаются в точках $(0;1),\ (3;-2)$.



$$D:\begin{cases}0 \le x \le 3;\\ 1-x \le y \le 2-(1-x)^2.\end{cases}$$

$$\iint\limits_D f(x,y)dxdy = \int\limits_0^3 dx \int\limits_{1-x}^{2-(1-x)^2} f(x,y)dy$$

Для смены порядка интегрирования перепишем уравнение прямой в такой форме: $x=1-y$. Уравнение параболы станет таким: $(1-x)^2=2-y$, $|1-x|=\sqrt{2-y}$. Из последнего уравнения имеем: $x=\begin{cases}1-\sqrt{2-y};\ x<1;\\ 1+\sqrt{2-y};\ x\geq 1.\end{cases}$

$$D=D_1\cup D_1,\ D_1=\begin{cases}1\leq y\leq 2;\\ 1-\sqrt{2-y}\leq x\leq 1+\sqrt{2-y}\end{cases},\ D_2:\begin{cases}-2\leq y\leq 1;\\ 1-y\leq x\leq 1+\sqrt{2-y}.\end{cases}$$

$$\iint\limits_D f(x,y)dxdy=\int\limits_1^2 dy\int\limits_{1-\sqrt{2-y}}^{1+\sqrt{2-y}} f(x,y)dx+\int\limits_{-2}^1 dy\int\limits_{1-y}^{1+\sqrt{2-y}} f(x,y)dx.$$

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.