Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

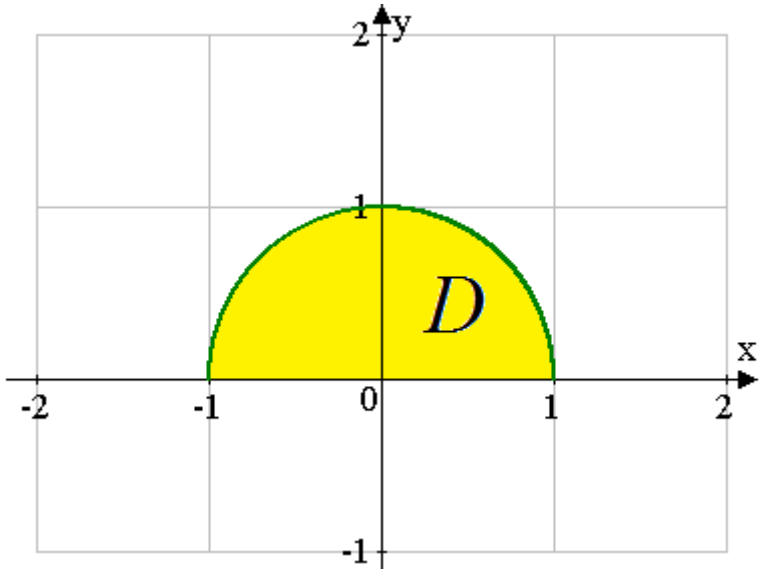
В повторном интеграле $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$ изменить порядок интегрирования.

Решение

Для области интегрирования D имеем $-1 \le x \le 1,\ 0 \le y \le \sqrt{1-x^2}$. При условии $y \ge 0$ получим:

$$y = \sqrt{1-x^2},\ y^2 = 1-x^2,\ x^2+y^2 = 1.$$

Уравнение $x^2+y^2=1$ определяет окружность с центром в начале координат и радиусом $R=1$. Уравнение $y=\sqrt{1-x^2}$ задаёт половину этой окружности, расположенную над осью Ox.



Из уравнения окружности получим:

$$x^2+y^2=1 \Rightarrow x^2 = 1-y^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\sqrt{1-y^2} \\ x = \sqrt{1-y^2} \end{array}\right.$$

Область D определяется такой системой неравенств: $\begin{cases} 0 \le y \le 1 \\ -\sqrt{1-y^2} \le x \le \sqrt{1-y^2} \end{cases}$

$$\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy = \int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$$

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.