Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

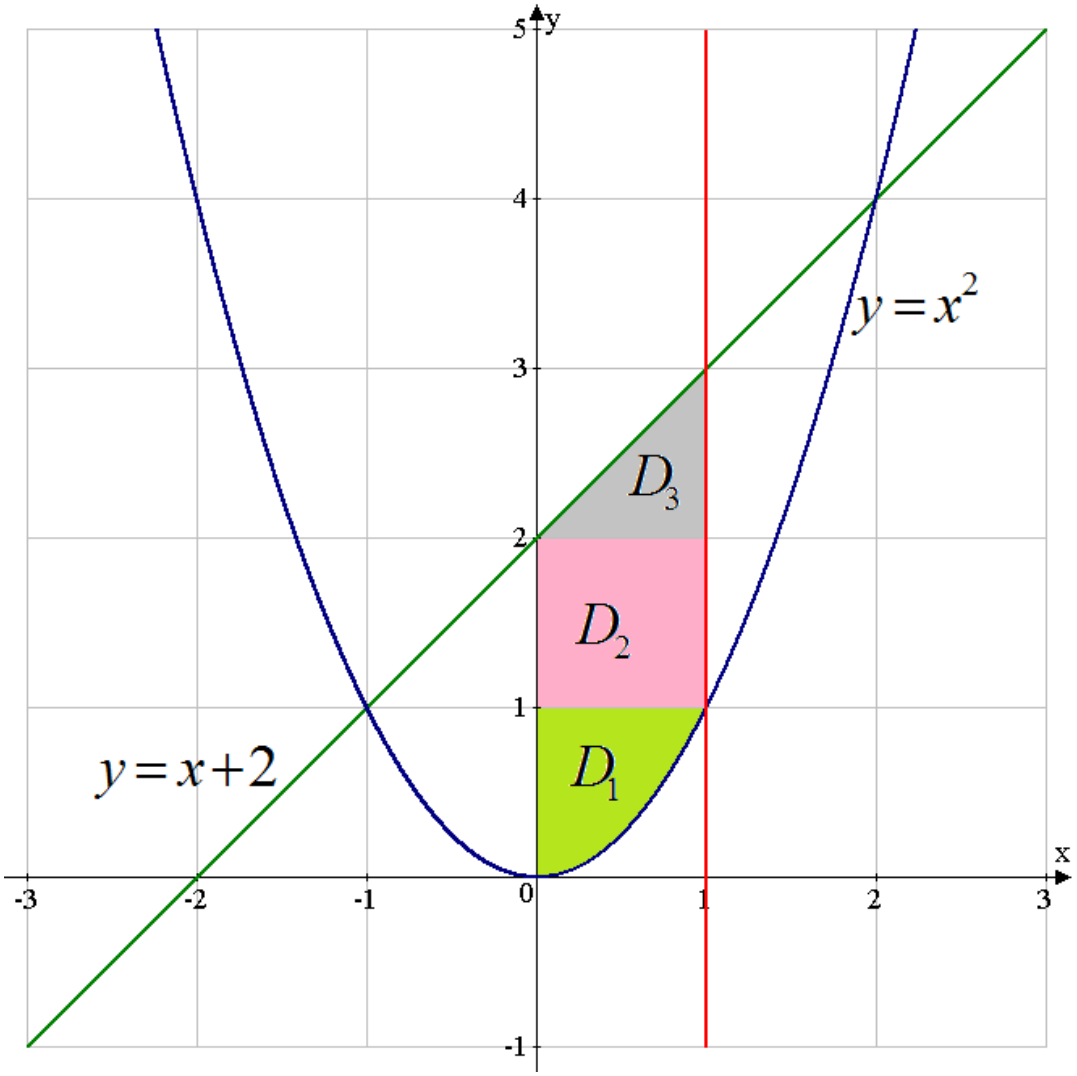
Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{x^2}^{x+2} f(x,y)dy$.

Решение

Область интегрирования определяется такими неравенствами: $D:\begin{cases}0\le x\le 1;\\ x^2\le y\le x+2\end{cases}$. Для построения чертежа найдём точки пересечения параболы $y=x^2$ и прямой $y=x+2$:

$$x^2=x+2;$$
$$x^2-x-2=0;$$
$$D=1+8=9;$$
$$x_1=\frac{1-3}{2}=-1;\ \ x_2=\frac{1+3}{2}=2.$$

Графики пересекаются в точках $(-1;1)$ и $(2;4)$. Разобьем область интегрирования на три части: $D=D_1\cup D_2\cup D_3$:



$$D_1:\begin{cases}0\le y\le 1;\\ 0\le x\le\sqrt{y}\end{cases}\qquad D_2:\begin{cases}1\le y\le 2;\\ 0\le x\le 1.\end{cases}\qquad D_3:\begin{cases}2\le y\le 3;\\ y-2\le x\le 1.\end{cases}$$

$$\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x+2} f(x,y)dy=\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y}} f(x,y)dx+\int_1^2 dy\int_0^1 f(x,y)dx+\int_2^3 dy\int_{y-2}^1 f(x,y)dx$$

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.