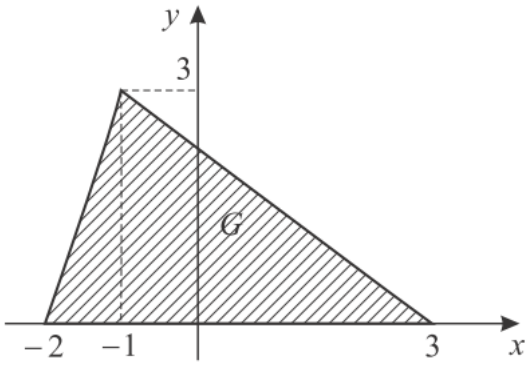
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Расставить пределы интегрирования в повторных интегралах с внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y для двойного интеграла $I=\iint\limits_G f(x,y)dxdy$ по области G имеющей вид:



Решение

Запишем уравнение прямой, проходящей через точки $(-2;0)$ и $(-1;3)$:

$$\frac{x-(-2)}{-1-(-2)}=\frac{y-0}{3-0},\ x+2=\frac{y}{3},\ y=3x+6.$$

Запишем уравнение прямой, проходящей через точки $(-1;3)$ и $(3;0)$:

$$\frac{x-(-1)}{3-(-1)}=\frac{y-3}{0-3},\ \frac{x+1}{4}=\frac{y-3}{-3},\ -3x-3=4y-12,\ 3x+4y-9=0.$$

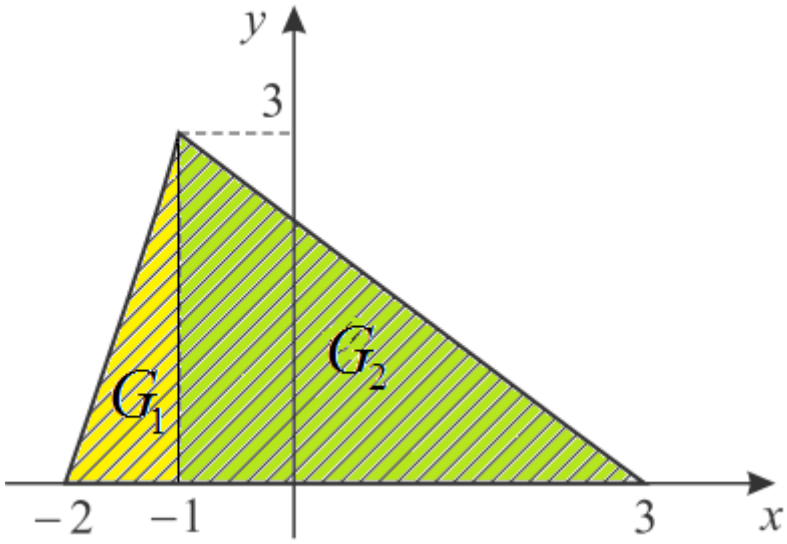
Из уравнения $y=3x+6$ имеем: $x=\frac{y-6}{3}$.

Из уравнения $3x+4y-9=0$ имеем: $x=\frac{-4y+9}{3}$.

Для области G получим: $\begin{cases}0\le y\le 3\\ \frac{y-6}{3}\le x\le\frac{-4y+9}{3}\end{cases}$.

$$I=\iint\limits_G f(x,y)dxdy=\int\limits_0^3 dy\int\limits_{\frac{y-6}{3}}^{\frac{-4y+9}{3}} f(x,y)dx.$$

Разобьём область G на две: G_1 и G_2:



$$G_1:\begin{cases}-2\le x\le -1\\ 0\le y\le 3x+6\end{cases},\ G_2:\begin{cases}-1\le x\le 3\\ 0\le y\le \dfrac{-3x+9}{4}\end{cases}$$

$$I=\iint\limits_G f(x,y)dxdy=\int\limits_{-2}^{-1}dx\int\limits_{0}^{3x+6}f(x,y)dy+\int\limits_{-1}^{3}dx\int\limits_{0}^{\frac{-3x+9}{4}}f(x,y)dy$$

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.