Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Пластинка D задана ограничивающими её кривыми, $\mu = 7x^2 + y$ – поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

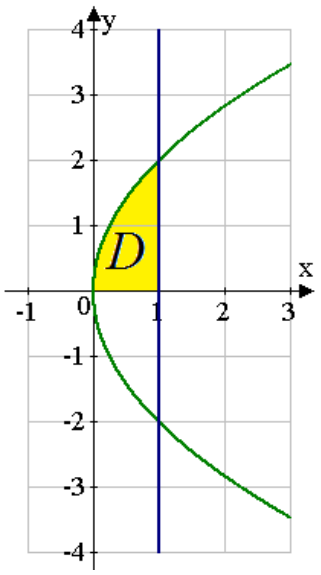
$$D:\ x=1,\ y=0,\ y^2=4x\ \ (y\ge 0).$$

Решение

Найдём точки пересечения параболы $y^2=4x$ и прямой $x=1$:

$$y^2 = 4\cdot 1 = 4,\ \left[\begin{array}{l} y=-2 \\ y=2 \end{array}\right.$$

Графики пересекаются в точках $(1;-2)$ и $(1;2)$. Для части параболы над осью Ox имеем $y=2\sqrt{x}$.



$D: 0\le x\le 1;\ 0\le y\le 2\sqrt{x}$.

$$M = \iint\limits_D (7x^2+y)\,dxdy = \int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{2\sqrt{x}} (7x^2+y)\,dy = \int\limits_0^1 \left(7x^2y + \frac{y^2}{2}\right)\Bigg|_0^{2\sqrt{x}} dx = \int\limits_0^1 \left(14x^{\frac{5}{2}} + 2x\right)dx =$$

$$= \left(4x^{\frac{7}{2}} + x^2\right)\Bigg|_0^1 = 4+1-0 = 5.$$

Ответ: $M=5$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.