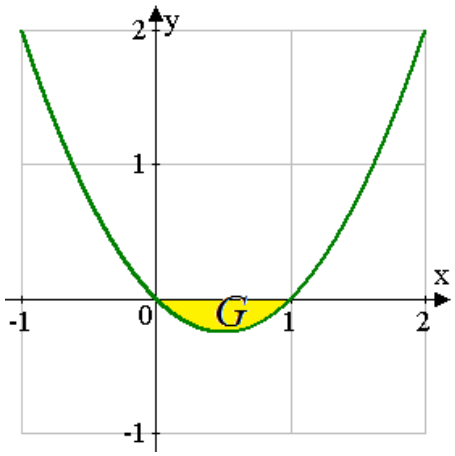
**Задача скачана с сайта Tutor.com.ru**
**Tutor.com.ru** – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

*Условие*

Найти координаты центра масс однородной пластины, ограниченной кривыми: $y = x(x-1)$, $y = 0$.

*Решение*

Данная пластина ограничена параболой $y = x(x-1)$ и прямой $y = 0$ (ось $Ox$). Парабола пересекает ось $Ox$ в точках $(0;0)$ и $(1;0)$.




$G: 0 \le x \le 1;\ x^2 - x \le y \le 0$.

$$M = \int_0^1 dx \int_{x^2-x}^0 dy = \int_0^1 y\Big|_{x^2-x}^0 dx = \int_0^1 \left(x - x^2\right)dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{6}.$$

$$M_x = \int_0^1 dx \int_{x^2-x}^0 y dy = \frac{1}{2}\int_0^1 y^2\Big|_{x^2-x}^0 dx = -\frac{1}{2}\int_0^1 \left(x - x^2\right)^2 dx = -\frac{1}{2}\int_0^1 \left(x^2 - 2x^3 + x^4\right)dx = -\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{2} + \frac{x^5}{5}\right)\Big|_0^1 =$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - 0\right) = -\frac{1}{60}.$$

$$M_y = \int_0^1 x dx \int_{x^2-x}^0 dy = \int_0^1 x \cdot y\Big|_{x^2-x}^0 dx = \int_0^1 \left(x^2 - x^3\right)dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}.$$

Координаты центра масс $(x_C; y_C)$ будут такими:

$$x_C = \frac{M_y}{M} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{2},\ y_C = \frac{M_x}{M} = \frac{-\frac{1}{60}}{\frac{1}{6}} = -\frac{1}{10}.$$

Получили точку $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{10}\right)$.

*Ответ*: $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{10}\right)$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.