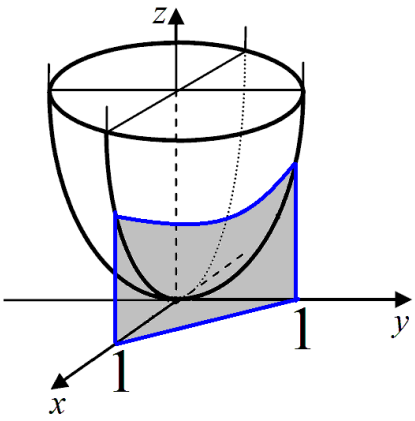
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

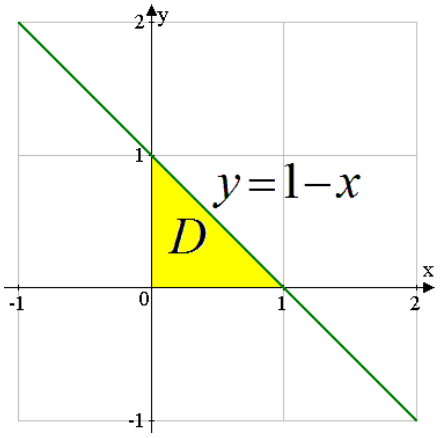
Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями $z=2x^2+3y^2$, $x+y=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$. Область интегрирования изобразить на чертеже.

Решение

Данное тело ограничено эллиптическим параболоидом $z=2x^2+3y^2$, плоскостью $x+y=1$ и координатными плоскостями $x=0$, $y=0$, $z=0$:



В проекции на плоскость Oxy получим область, ограниченную осями координат и прямой $x+y=1$:



Для данного тела получим: $0\le x\le 1$, $0\le y\le 1-x$, $0\le z\le 2x^2+3y^2$.

$$V=\iint\limits_D\left(2x^2+3y^2\right)dxdy=\int\limits_0^1 dx\int\limits_0^{1-x}\left(2x^2+3y^2\right)dy=\int\limits_0^1\left(2x^2y+y^3\right)\Big|_0^{1-x}dx=\int\limits_0^1\left(2x^2(1-x)+(1-x)^3\right)dx=$$

$$=\int\limits_0^1\left(-3x^3+5x^2-3x+1\right)dx=\left(-\frac{3x^4}{4}+\frac{5x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+x\right)\Big|_0^1=-\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{3}{2}+1-0=\frac{5}{12}.$$

Ответ: $\dfrac{5}{12}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.